

Dr. F. Hörmann
Seminar Algebraische Zahlentheorie “Klassenkörpertheorie” — Winter 2016/17
vorläufiges Programm

Literatur:

- Kato, K.; Kurokawa, N.; Saito, T. *Number theory. 2. Introduction to class field theory*. Translations of Mathematical Monographs, 240. Iwanami Series in Modern Mathematics. American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
- Neukirch, J.; *Algebraische Zahlentheorie*, Springer 1992, Kapitel IV–VI.
- Neukirch, J.; *Klassenkörpertheorie*. Springer, Heidelberg, 2011. xiv+204 pp.
- Neukirch, J.; *Class field theory*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 280. Springer-Verlag, Berlin, 1986. *Dies ist nicht einfach die englische Version des vorigen Buches!*
- J. W. S. Cassels, A. Fröhlich (Eds.); *Algebraic number theory*. Proceedings of the instructional conference held at the University of Sussex, Brighton, September 1–17, 1965.
- J. Milne; *Class field theory*; <http://www.jmilne.org/math/>
- Cox, D.A. *Primes of the form $x^2 + ny^2$* . Fermat, class field theory, and complex multiplication. Zweite Auflage. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2013.
- Childress, N. *Class field theory*. Universitext. Springer, New York, 2009.

Die Referenzen in den Vortragsbeschreibungen beziehen Sie auf das Buch von Kato, Kurokawa und Saito. Es befindet sich in der Bibliothek im Semesterapparat. Mit einem * gekennzeichnete Vorträge sind tendenziell etwas schwieriger.

1. [20.10.] **Einleitung (Grom)**. Dieser Vortrag und der nächste bestehen hauptsächlich aus einer Wiederholung von Stoff aus der Vorlesung “Algebraische Zahlentheorie” aber mit Einstimmung auf die Klassenkörpertheorie.
 - Zusammenfassung der Abschnitte 5.1 (a)–(e)
 - Wiederholung zyklotomische Körper: Abschnitte 5.2 (a)–(c) (Abschnitt (a) sollte aus der Vorlesung bekannt sein)
2. [27.10.] **Zyklotomische Körper und quadratische Körper (Klasen)**.
 - Abschnitte 5.2 (d)–(f)
3. [03.11.] **Ausblick auf die Klassenkörpertheorie (Fiedler)**.
 - Abschnitt 5.3 und evtl. weitere Beispiele.

Die folgenden beiden Vorträge behandeln Adele und Ideale. Sie sind wichtig für das Verständnis der globalen Klassenkörpertheorie. Die Adele vereinigen alle Informationen, die man durch den Übergang von einem Zahlkörper zu *allen* seinen Kompletierungen, die immer entweder gleich \mathbb{R} , \mathbb{C} oder eine endliche Erweiterung eines \mathbb{Q}_p sind, gewinnt. Die Ideale, die die Einheitengruppe der Adele darstellen, kann man auch als eine Verfeinerung der Ideale eines Zahlkörpers ansehen.

4. **[10.11.] Adele und Idele I (Achatz).**

- 6.4 (a)-(e)

*5. **[17.11.] Adele und Idele II (Haak).**

- 6.4 (f)-(i)

Die folgenden beiden Vorträge sind zentral für das Seminar. Sie präzisieren die Klassenkörpertheorie-Phänomene mathematisch, die in den ersten 3 Vorträgen präsentiert wurden. Die grundlegenden Aussagen werden jedoch (noch) ohne Beweis präsentiert.

6. **[24.11.] Lokale Klassenkörpertheorie. Die Aussagen (Heuss).**

- 8.1 (a)-(e), in Abschnitt (d) die globalen Statements weglassen, also alles ab Theorem 8.4.

7. **[1.12.] Globale Klassenkörpertheorie. Die Aussagen (Akpinar).**

- Kurze Erinnerung an 8.1 (a)-(d) aus dem letzten Vortrag
- dann Abschnitt 8.1 (e) ab Theorem 8.4 im Detail.
- 8.1 (f)-(g)

Die folgenden Vorträge behandeln den Beweis der Klassenkörpertheorie.

8. **[08.12.] Schiefkörper über Zahlkörpern I (Enger).**

- 8.2 (a)-(d)

9. **[15.12.] Schiefkörper über Zahlkörpern II (Ammer).**

- 8.2 (e)-(f)

*10. **[22.12.] Beweis der Klassenkörpertheorie I. Bestimmung der Brauergruppe lokaler Körper (Recktenwald).**

- 8.3. (a)

*11. **[12.01.] Beweis der Klassenkörpertheorie II. Beweis lokaler Fall (Recktenwald).**

- 8.3. (b)

*12. **[19.01.] Zetafunktionen (Klumpp).** *Idealerweise hat der Sprecher etwas Hintergrundwissen in den Grundlagen analytischer Zahlentheorie.*

- 8.3. (c). Sie müssen dafür einiges aus Kapitel 7 präsentieren. Beweise der Resultate aus Kapitel 7 nur, sofern Zeit bleibt.

*13. **[26.01.] Beweis der Klassenkörpertheorie III. Globaler Fall (Hörmann).**

- 8.3. (d)-(e)

*14. **[02.02.] Beweis der Klassenkörpertheorie IV. Globaler Fall (Hörmann).**

- 8.3. (f)-(g)