

Übungen zur Algebraischen Topologie – Blatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte). Ist eine kompakte orientierbare n -Mannigfaltigkeit M mit einer Triangulierung $M \cong \Delta(\mathcal{K})$ versehen, so können wir jedem n -Simplex dieser Triangulierung ein Vorzeichen und eine Anordnung derart zuordnen, daß die Summe der entsprechenden mit Vorzeichen versehenen simplizialsingulären n -Simplizes ein Zykel ist. Ist M auch noch zusammenhängend, so gibt es genau zwei derartige Zyklen, und ihre Homologieklassen sind genau die beiden Erzeuger von $H_n M$, also die beiden Fundamentalzykel zu den beiden möglichen Orientierungen.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Jedes Polynom $P \in \mathbb{C}[T]$ induziert eine stetige Abbildung $P : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, die sich zu einer stetigen Selbstabbildung $P : \mathbb{P}^1\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{P}^1\mathbb{C}$ der Riemann'schen Zahlenkugel fortsetzen läßt. Welche Abbildung induziert P auf $H_1(\mathbb{P}^1\mathbb{C})$?

Aufgabe 3 (4 Punkte). Besitzt eine Mannigfaltigkeit eine Überdeckung durch zwei orientierbare offene Teilmengen mit zusammenhängendem Schnitt, so ist sie auch selbst bereits orientierbar.

Aufgabe 4 (4 Punkte). Was ist die zweite Homologie des Raums, der aus einem 2-Torus entsteht, wenn man darin eine endliche Teilmenge zu einem einzigen Punkt identifiziert?