

## Übungen zur Algebraischen Topologie – Blatt 6

**Aufgabe 1** (4 Punkte). Ist eine kompakte orientierbare  $n$ -Mannigfaltigkeit  $M$  mit einer Triangulierung  $M \cong \Delta(\mathcal{K})$  versehen, so können wir jedem  $n$ -Simplex dieser Triangulierung ein Vorzeichen und eine Anordnung derart zuordnen, daß die Summe der entsprechenden mit Vorzeichen versehenen simplizialsingulären  $n$ -Simplizes ein Zykel ist. Ist  $M$  auch noch zusammenhängend, so gibt es genau zwei derartige Zyklen, und ihre Homologieklassen sind genau die beiden Erzeuger von  $H_n M$ , also die beiden Fundamentalzykel zu den beiden möglichen Orientierungen.

**Aufgabe 2** (4 Punkte). Jedes Polynom  $P \in \mathbb{C}[T]$  induziert eine stetige Abbildung  $P : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , die sich zu einer stetigen Selbstabbildung  $P : \mathbb{P}^1\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{P}^1\mathbb{C}$  der Riemann'schen Zahlenkugel fortsetzen läßt. Welche Abbildung induziert  $P$  auf  $H_1(\mathbb{P}^1\mathbb{C})$ ?

**Aufgabe 3** (4 Punkte). Besitzt eine Mannigfaltigkeit eine Überdeckung durch zwei orientierbare offene Teilmengen mit zusammenhängendem Schnitt, so ist sie auch selbst bereits orientierbar.

**Aufgabe 4** (4 Punkte). Was ist die zweite Homologie des Raums, der aus einem 2-Torus entsteht, wenn man darin eine endliche Teilmenge zu einem einzigen Punkt identifiziert?