Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Tobias Schedlmeier

Universität Freiburg
SS 2017

Übungen zur Algebraischen Topologie – Blatt 8

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.** Man zeige, daß sich jede Eilenberg-Zilber-Transformation auf genau eine Weise zu einer Transformation

$$\mathrm{S}(X, A) \otimes \mathrm{S}(Y, B) \to \mathrm{S}(X \times Y, X \times B \,\cup\, A \times Y)$$

zwischen Funktoren auf Paaren von Raumpaaren fortsetzen läßt, und daß jede solche Fortsetzung eine von allen Wahlen unabhängige Äquivalenz von Funktoren in die Homotopiekategorie liefert. Wir erhalten so das **Kreuzprodukt der relativen Homologie**

$$\mathrm{H}(X, A) \otimes \mathrm{H}(Y, B) \to \mathrm{H}(X \times Y, X \times B \,\cup\, A \times Y)$$

Bei Koeffizienten in einem Körper ist das Kreuzprodukt auf der relativen Homologie wieder ein Isomorphismus. Man folgere, daß es für ungerades n keinen topologischen Raum X geben kann derart, daß $X \times X$ homöomorph ist zu $\mathbb{R}^n$. Insbesondere gibt es salopp gesagt „keine Wurzel aus dem $\mathbb{R}^3$“.

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.** Gegeben zwei kompakte orientierte Mannigfaltigkeiten ist das Kreuzprodukt ihrer Fundamentalzykel der Fundamentalzykel ihres Produkts unter einer wohlbestimmten Orientierung, der **Produktorientierung**.

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Man berechne die Homologie von $\mathbb{P}^2\mathbb{R} \times \mathbb{P}^3\mathbb{R}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.** Gegeben ein Kring k und ein Monoid G bilden die k-Moduln mit G-Operation und äquivarianten multilinearen Abbildungen als Verschmelzungen eine Verschmelzungskategorie, was man als offensichtlich hinnehmen mag. Man beschreibe das Einsobjekt und im Fall einer Gruppe G das interne Hom.

Abgabefrist: Donnerstag, den 20. Juli in der Vorlesung.