

Übungen zur Garbenkohomologie II – Blatt 3

Aufgabe 1. Ich denke, bei den „Lectures on D-modules and Hodge modules“, die am 7.-ten Juni um 10:00 im HS 404 beginnen, könnten Sie eventuell mit Ihrem Vorwissen bereits profitieren. Es geht um die „de-Rham-Version“, der Theorie, die Sie in der Vorlesung in ihrer „Betti-Version“, kennenlernen. Alle Termine und Weiteres sind zu finden im Netz unter

<https://cplx.vm.uni-freiburg.de/cohomology/2018/05/14/lectures-on-d-modules-and-hodge-modules-in-june/>

Aufgabe 2. Gegeben ein topologischer Raum X und abelsche Gruppen K, L konstruiere man aus der Schmelzfaserung der derivierten abelschen Garben auf topologischen Räumen ein Cup-Produkt $H^p(X; K) \times H^q(X; L) \rightarrow H^{p+q}(X; K \otimes L)$.

Aufgabe 3 (Der Schmelzfunktor der Nullverschmelzungen). Gegeben eine Schmelzkategorie \mathcal{M} erhalten wir stets einen Schmelzfunktor

$$\mathcal{M} \rightarrow \text{kart}(\text{Ens})$$

in die kartesische Schmelzkategorie der Mengen, indem wir jedem Objekt $X \in \mathcal{M}$ die Menge $\mathcal{M}(\gamma, X)$ der Nullverschmelzungen nach X zuordnen. Ist unsere Schmelzkategorie mit einer [adSM]additiven Struktur versehen, so erhalten wir in derselben Weise einen Schmelzfunktor

$$\mathcal{M} \rightarrow \text{Ab}$$

in die Schmelzkategorie der abelschen Gruppen mit multilinearen Abbildungen als Verschmelzungen.

Aufgabe 4 (Funktionsraum als Schmelzfunktor). Gegeben ein Krings k erhalten wir einen Schmelzfunktor

$$\text{ban}(\text{Ens}^{\text{opp}}) \rightarrow \text{Mod}_k$$

durch die Vorschrift, daß wir jeder Menge X den k -Modul $\text{Ens}(X, k)$ der k -wertigen Funktionen auf X zuordnen und jeder Verschmelzung $X_1 \gamma \dots \gamma X_r \rightarrow Y$ gegeben durch ein Tupel von Abbildungen $f_i : Y \rightarrow X_i$ die multilineare Abbildung $(h_1, \dots, h_r) \mapsto (h_1 \circ f_1) \dots (h_r \circ f_r)$, die einem Tupel von k -wertigen Funktionen das Produkt der auf Y zurückgeholten Funktionen zuordnet. Der Nullverschmelzung nach Y wird dabei die durch die konstante Funktion Eins gegebene Nullverschmelzung nach $\text{Ens}(Y, k)$ zugeordnet.