Prof. Dr. Wolfgang Soergel

Universität Freiburg
WS 2017/18

Übungen zur Garbenkohomologie – Blatt 1

Aufgabe 1. Gegeben eine exakte Sequenz $A_n \to B_n \to C_n$ von induktiven Systemen abelscher Gruppen zeige man, daß auch im Kolimes eine exakte Sequenz entsteht. Im Skript zur singulären Homologie steht die sehr viel allgemeinere Aussage, daß „filtrierende Kolimites exakt sind“. Sie sollen das in diesem ganz speziellen Fall ganz explizit prüfen. Können Sie ein Beispiel dafür finden, daß hierfür die Bedingung „filtrierend“ wirklich nötig ist?

Aufgabe 2. Man überlege sich, daß jedes endlichdimensionale reelle oder komplexe Vektorraumbündel auf einem reellen Intervall alias jeder Torsor für $\mathrm{GL}(n;\mathbb{R})$ oder $\mathrm{GL}(n;\mathbb{C})$ auf einem reellen Intervall trivial ist. Man überlege sich, daß das für die Kreislinie im Komplexen richtig bleibt, daß es im Rellen aber für $n \geq 1$ jeweils bis auf Isomorphismus genau zwei solche Torsoren gibt. Man mag auch allgemeiner Übung 1.1.2.20 im Skript machen.

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** In der Kategorie der abelschen Prägarben auf einem topologischen Raum gibt es beliebige Produkte und Koprodukte. Die Produkte von Garben sind wieder Garben, die Prägarben-Koprodukte von Garben jedoch sind im allgemeinen keine Garben mehr.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.** Der Halm eines Produkts von Garben an einer Stelle muß nicht mit dem Produkt der Halme zusammenfallen.