Übung zur Funktionentheorie — Wintersemester 2022/23, Blatt 12

Dr. Christian Ketterer, Marius Amann — 30. August 2023

---

**Aufgabe 1** (4 Punkte) Berechnen Sie

1. $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2ix}}{x^4 + 10x^2 + 9} dx,$$

2. $$\int_{0}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + 1)^3} dx,$$

3. $$\int_{0}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + a^2} dx, \ a > 0.$$

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N} \backslash \{1, 2\}$:

$$\int_{0}^{\infty} \frac{1}{1 + x^n} dx = \frac{\pi}{n} \left( \sin \frac{\pi}{n} \right)^{-1}.$$

*Hinweis: Integrieren Sie über die Kurve $\gamma_r$, welche gegeben ist als Verkettung des Segments von $0$ bis $r \in \mathbb{R}$, des Kreisbogens um $0$ mit Radius $r$ von $r$ nach $z_n = r\exp(2\pi i/n)$ und des Segements von $z_n$ nach $0$.*

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

Folgern Sie den Fundamentalsatz der Algebra aus dem Satz von Rouché.

*Abgabe bis Mittwoch, 25. Januar, 16 Uhr, in dem dafür vorgesehenen Briefkasten im Mathematischen Institut.*