

**Aufgabe 1** (*Nichtlineare Poisson Gleichung*)

Sei  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  offen und beschränkt. Für  $u \in C^1(\Omega)$  betrachte

$$\mathcal{F}(u) = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} |Du|^2 - \frac{1}{p+1} |u|^{p+1} \right\} dx$$

mit  $1 \leq p < \infty$ . Berechnen Sie die erste Variation von  $\mathcal{F}$ .

**Aufgabe 2** (*Minimalflächen*)

Der Flächeninhalt von  $u \in C^1(\Omega, \mathbb{R}^m)$  ist gegeben durch

$$\mathcal{A}(u) = \int_{\Omega} \sqrt{\det g_{\alpha,\beta}} dx$$

wobei  $g_{\alpha,\beta} = \langle \partial_{x^\alpha} u, \partial_{x^\beta} u \rangle$ . Berechnen Sie die erste Variation von  $\mathcal{A}$ .

*Abgabe möglich am Dienstag, 27. Oktober, vor oder nach der Vorlesung.*