Aufgabe 1 *(Lipschitz = $W^{1,\infty}$)*
Zeigen Sie, dass für $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R}^n)$ folgende Aussagen äquivalent sind:

(a) f is Lipschitz-stetig mit Lipschitz Konstante L.

(b) f is schwach differenzierbar mit $\|Df\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n)} \le L$.

Hinweis: Betrachten Sie für (a)⇒(b) den Differenzenquotienten

$$\Delta_v^h f(x) = \frac{1}{h}\left(f(x+hv) - f(x)\right) \text{ für } v \in \mathbb{R}^n,\ |v| = 1.$$

Aufgabe 2
Zeigen Sie: $C^1(\Omega) \cap W^{1,\infty}(\Omega)$ ist nicht dicht in $W^{1,\infty}(\Omega)$ bezüglich $\|\cdot\|_{W^{1,\infty}(\Omega)}$.

Abgabe möglich am Dienstag, 8. Dezember, vor oder nach der Vorlesung.