Universität Freiburg, Abteilung für Mathematische Logik
Übung zur Vorlesung Modelltheorie 2, ss2015
Prof. Dr. Martin Ziegler
Dr. Mohsen Khani

Blatt 3, einfache Theorien, Shelahs Lemma, dicke Formeln, $\mathrm{nc}(a, b)$

Wir haben schon gesehen, dass man kann Standard Lemma oder Shelahs Lemma anwenden um eine indiscernible Folge mit bestimmten Typ zu finden. In der folgenden Aufgabe haben wir einen Fall, in dem man eine indiscernible Folge nur bei der Anwendung des Kompaktheit Satzs findet.

Aufgabe 1. Seien $(a_i)_{i\in\omega}$ eine ununterscheidbare Folge über B und I eine lineare Ordnung. Beweisen Sie (ohne Anwendung des Ramseys Lemma), dass es eine Folge $(b_i)_{i\in I}$ (indiscernible über B) gibt, sofass

$$\mathrm{tp}(b_{i_0}, \ldots, b_{i_{n-1}}/B) = \mathrm{tp}(a_0, \ldots, a_{n-1}/B) \quad \text{für jede } i_0 < \ldots < i_{n-1}.$$

Aufgabe 2.

- Schreiben Sie den Beweis des Shelahs Lemma.
- Erzählen Sie den Unterschied zwischen die Ergebnisse von Standard Lemma und Shelahs Lemma.

In der nächsten Aufgabe, sehen wir, dass wie in NIP und NTP2, es für Einfachheit genügt, dass man die Formeln $\phi(x, y)$ mit $|x| = 1$ behandelt.

Aufgabe 3.

- T ist einfach, wenn es keine Formel $\phi(x, y)$ mit $|x| = 1$ gibt, die die Baum Eigenschaft hat.
- T ist einfach, wenn jede 1-Typ, über eine Menge der Mächtigkeit am meisten $|T|$ nicht teilt.

Aufgabe 4.

1. Die Konjunktion von zwei dicken Formeln ist dick.

2. Wenn $\theta(x, y)$ dick ist, dann ist $\tilde{\theta}(x, y) = \theta(y, x)$ auch dick.

3. Wenn θ dick ist, dann gibt es eine symmetrische Formel θ', sodass θ' dick ist und $\theta' \subseteq \theta$.

Aufgabe 5. Sei $\theta(x, y)$ eine Formel mit Parametern in A. Zeigen Sie, dass θ genau dann dick ist, wenn $\models \theta(a_0, a_1)$ für alle A-indiscernible Folgen $a_0, a_1, \ldots$.

Aufgabe 6. Zeigen Sie, dass nc_A symmetrisch ist:

$$\mathrm{nc}_A(a, b) \Leftrightarrow \mathrm{nc}_A(b, a).$$

Aufgabe 7. Wenn $\mathrm{nc}_A(a, b)$, dann gibt es ein Modell $M \supseteq A$, sodass $\mathrm{tp}(a/M) = \mathrm{tp}(b/M)$.

Wenn I eine indiscernible Folge ist, dann gibt es ein Modell M, sodass I über M indiscernible ist.