

Lineare Algebra II

Blatt 5

Abgabe: 07.06.2021, 10 Uhr

Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (8 Punkte).

Wir betrachten die folgende reelle Matrix.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & -2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechne das charakteristische Polynom von A .
- (b) Zeige, dass A nilpotent ist und gib den Nilpotenzindex an.
- (c) Bestimme eine adaptierte Basis von \mathbb{R}^5 bezüglich des von A induzierten Endomorphismus F_A und gib die entsprechende Darstellungsmatrix an.

Aufgabe 2 (8 Punkte).

Sei A die folgende (6×6) -Matrix über \mathbb{R} :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Berechne das charakteristische Polynom $\chi_A(T)$ und seine Nullstellen.
- (b) Bestimme die geometrischen Vielfachheiten der Eigenwerte von A .
- (c) Bestimme die Haupträume von A .
- (d) Gib eine Jordansche Normalform für A an.

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Im \mathbb{R} -Vektorraum $V = \mathbb{R}[T]_{\leq 2}$ aller reellen Polynome vom Grad höchstens 2 betrachte die lineare Abbildung

$$\begin{aligned} \varphi: V &\rightarrow \mathbb{R} \\ P(T) &\mapsto 2P(1) - \int_0^1 P(T) \end{aligned}$$

- (a) Zeige, dass die Familie $B = \{1^*, (1+T)^*, (1+T+T^2)^*\}$ eine Basis des Dualraumes V^* bildet.
- (b) Bestimme die Koordinaten der Abbildung φ bezüglich der obigen Basis B .

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN. ABGABE IN ILIAS ALS EINE EINZIGE PDF-DATEI EINREICHEN.