Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Übungen: Michael Lösch — Wintersemester 2018/2019

**Logik für Studierende**
**der Informatik**
Blatt 2
Abgabe: 6.11.2018 14 Uhr
**Gruppennummer angeben!**

**Aufgabe 1** (6 Punkte).
Beschreibe vollständig alle (induzierten Funktionen der) Terme in $n$ Variablen bezüglich der Struktur mit Universum $\mathbb{R}$ in der leeren Sprache sowie der Struktur $(\mathbb{R}, 1, +, -)$ und der Struktur $(\mathbb{R}, +, -, \cdot)$.

**Aufgabe 2** (4 Punkte).

(a) Beschreibe die von der Menge $\mathbb{N}$ erzeugte Unterstruktur der Struktur $\mathbb{R}$ in der leeren Sprache. Ist die davon erzeugte Unterstruktur endlich erzeugt?

(b) Beschreibe die von $\mathbb{N}$ erzeugte Unterstruktur der Struktur $(\mathbb{R}, 0, 1, +, -, \cdot)$. Ist die davon erzeugte Unterstruktur endlich erzeugt?

**Aufgabe 3** (4 Punkte).

(a) In der Sprache $\mathcal{L} = \{c, <\}$ seien $c$ ein Konstantenzeichen und $<$ ein zweistelliges Relationszeichen. Betrachte die $\mathcal{L}$-Struktur $\mathcal{Z}_1$ mit Universum $\mathbb{Z}$ und den Interpretationen $c^{\mathcal{Z}_1} = 5$ sowie $<^{\mathcal{Z}_1}$ als die übliche lineare Ordnung. Ferner sei $\mathcal{Z}_2$ die $\mathcal{L}$-Struktur mit Universum $\mathbb{Z}$ und Interpretationen:
$$c^{\mathcal{Z}_2} = -3 \text{ und } n <^{\mathcal{Z}_2} m, \text{ falls } m < n.$$
Zeige, dass $\mathcal{Z}_1$ und $\mathcal{Z}_2$ isomorphe $\mathcal{L}$-Strukturen sind.

(b) Sei $d$ ein weiteres Konstantenzeichen. Wir betrachten nun die Sprache $\mathcal{L}' = L \cup \{d\}$ und erweitern die obigen beiden Strukturen zu $\mathcal{L}'$-Strukturen $\mathcal{Z}'_1$ und $\mathcal{Z}'_2$, indem wir $d$ wie folgt interpretieren:
$$d^{\mathcal{Z}'_1} = 0 = d^{\mathcal{Z}'_2}.$$
Sind $\mathcal{Z}'_1$ und $\mathcal{Z}'_2$ isomorphe $\mathcal{L}'$-Strukturen?

**Aufgabe 4** (6 Punkte).
Ein *Graph* $(V, E)$ ist eine nichtleere Menge $V$ von *Punkten* zusammen mit einer Menge $E$, welche aus 2-elementigen Teilmengen von $V$ (oder *Kanten*) besteht. Ein Teilgraph von $(V, E)$ ist ein Graph $(V', E')$ derart, dass $V' \subset V$ und $E' \subset E$.

(a) Sei $\mathcal{L}$ die Sprache mit einem zweistelligen Relationszeichen $R$. Begründe, dass jeder Graph als $\mathcal{L}$-Struktur betrachtet werden kann.

(b) Zeige, dass jede $\mathcal{L}$-Unterstruktur eines Graphen ein Teilgraph ist.

(c) Ist jeder Teilgraph eines Graphen eine Unterstruktur von diesem?

---

Die Übungsblätter müssen zu zweit eingereicht werden. Abgabe der Übungsblätter in den (mit den Nummern der Übungsgruppen gekennzeichneten) Fächern im EG des Gebäudes 51.