Prof. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Michael Lösch

Logik für Studierende der Informatik

Blatt 7

Abgabe: 18.12.2019, 14 Uhr

Gruppennummer angeben!

Aufgabe 1 (6 Punkte).

(a) Ist die leere Theorie in der leeren Sprache eine Henkintheorie?

(b) Ist die leere Theorie in einer Sprache $\mathcal{L}$, welche aus einem einzigen Konstantenzeichen besteht, eine Henkintheorie?

(c) Sei nun T eine Henkintheorie in der Sprache $\mathcal{L}$ mit unendlichen Modellen. Kann $\mathcal{L}$ endlich sein?

Aufgabe 2 (5 Punkte).

Zwei Theorien T_1 und T_2 in der Sprache $\mathcal{L}$ sind *äquivalent*, falls sie dieselben $\mathcal{L}$-Aussagen beweisen.

Zeige, dass eine widerspruchsfreie Theorie T genau dann vollständig ist, wenn je zwei Vervollständigungen von T äquivalent sind.

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Die Sprache $\mathcal{L}$ besteht aus einem einzigen zweistelligen Relationszeichen $<$. Wir betrachten die $\mathcal{L}$-Struktur $\mathcal{A}$ mit der Menge der geraden natürlichen Zahlen als Universum und der natürlichen Ordnung als Interpretation von $<$.

a) Ist die Kollektion aller partiellen Isomorphismen zwischen endlich erzeugten Unterstrukturen von $\mathcal{A}$ nichtleer?

b) Bildet diese Kollektion ein Back-&-Forth System?

Aufgabe 4 (5 Punkte).

Sei $\mathcal{L}$ die Sprache, welche aus dem einstelligen Funktionszeichen f besteht.

(a) Gib eine Theorie T_0 an, deren Modelle genau die $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{A}$ sind, in welchen die Funktion $f^{\mathcal{A}}$ injektiv ist.

(b) Besitzt T_0 eine Vervollständigung?

(c) Angenommen, dass eine Vervollständigung T von T_0 ein endliches Modell der Mächtigkeit 20 besitzt, zeige, dass

$$T \vdash \forall y \exists x (f(x) \doteq y).$$

Die Übungsblätter müssen zu zweit eingereicht werden. Abgabe der Übungsblätter in den (mit den Nummern der Übungsgruppen gekennzeichneten) Fächern im EG des Gebäudes 51.