

Formale Logik

Blatt 10

Abgabe: 24.01.2022, 14 Uhr

Gruppennummer angeben!

Das Blatt darf zu zweit bearbeitet und eingereicht werden.

Aufgabe 1 (4 Punkte).

Seien $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ beliebige Formeln der Prädikatenlogik. Gib für

$$\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\} \vdash \exists x(x = x)$$

einen formalen Beweis an.

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Sei R ein zweistelliges Relationszeichen.

(a) Begründe, dass $\{\forall x\forall yR(x, y)\} \vdash \forall zR(z, z)$.

(b) Ist die Aussage $\forall zR(z, z)$ allgemeingültig? Widerspricht dies der Korrektheit des Hilbertkalküls?

Aufgabe 3 (3 Punkte).

Ist die Aussage $\forall x\forall y(x = y)$ aus der Prämisse $\exists x\exists y(x = y)$ im Hilbertkalkül beweisbar?

Aufgabe 4 (7 Punkte).

In der Sprache $\mathcal{L} = \{<, P, d\}$ mit dem zweistelligen Relationszeichen $<$, dem einstelligen Relationszeichen P sowie dem Konstantenzeichen d betrachten wir die Aussagen

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \forall x\neg(d < x) & \varphi_2 &= \forall x\forall y\left(\left(\neg P(x) \wedge P(y)\right) \rightarrow (x < y)\right) \\ \varphi_3 &= \exists xP(x) & \psi &= P(d) \end{aligned}$$

(a) Begründe, inwiefern Anselms ontologischer Gottesbeweis

»Das existiert schlechterdings so wahrhaft, daß sein Nicht-Sein nicht einmal gedacht werden kann. Denn es kann gedacht werden, daß etwas existiert, dessen Nicht-Sein nicht gedacht werden kann, was ein Größeres ist als das, dessen Nicht-Sein gedacht werden kann. Wenn daher das, über das hinaus Größeres nicht gedacht werden kann, als nicht-existierend gedacht werden kann, ist eben das, über das hinaus Größeres nicht gedacht werden kann, nicht das, über das hinaus Größeres nicht gedacht werden kann, was sich nicht miteinander vereinbaren läßt. So wahrhaft existiert also etwas, über das hinaus Größeres nicht gedacht werden kann, daß sein Nicht-Sein nicht einmal gedacht werden kann.«

durch die prädikatenlogische Argumentform $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3; \psi)$ repräsentiert wird.

(b) Zeige, dass obige Argumentform logisch gültig ist.

(c) Folgt daraus die Existenz Gottes?

ABGABE ZWISCHEN 14:00-14:20 UHR IN DER FACHBEREICHSBIBLIOTHEK PHILOSOPHIE IM KG I.
ALTERNATIV KÖNNEN SIE IHRE ABGABE ZU EINEM FRÜHEREN ZEITPUNKT IN DEN BRIEFKASTEN
IHRER ÜBUNGSGRUPPE IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS LEGEN.