

Aufgabe 1 (*Shrinkers*)

Sei M eine n -dimensionale kompakte Mannigfaltigkeit und $f_0 : M \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ eine Einbettung. Es gebe $\lambda > 0$ und $x_0 \in \mathbb{R}^{n+1}$ so dass, $H(p) + \lambda(f_0(p) - x_0) \cdot \nu_0(p) = 0$, für alle $p \in M$. Zeigen Sie, dass $f : M \times [0, 1/2\lambda) \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$, mit $f(p, t) = x_0 + \sqrt{1 - 2\lambda t}(f_0(p) - x_0)$ ein mittleren Krümmungsfluss ist.

Sei $f : M \times [0, T) \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ ein mittleren Krümmungsfluss, $\eta : [0, T) \rightarrow \mathbb{R}_+$ und $x_0 \in \mathbb{R}^{n+1}$, so dass $f(p, t) = x_0 + \eta(t)(f_0(p) - x_0)$. Zeigen Sie dass entweder $H(p, t) = 0$ für alle $p \in M$ und $t \in [0, T)$, oder $H(p, t) = (2(T - t))^{-1}(f(p, t) - x_0) \cdot \nu(p, t)$ für alle $p \in M$ und $t \in [0, T)$.

Aufgabe 2 (*Die Monotonieformel für den mittleren Krümmungsfluss*)

Sei M eine n -dimensionale kompakte Mannigfaltigkeit, $f : M \times [0, T) \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ ein mittleren Krümmungsfluss und $x_0 \in \mathbb{R}^{n+1}$ beliebig. Zeigen sie, dass

$$\frac{d}{dt} \int_M \frac{e^{-\frac{|f(p,t)-x_0|^2}{4(T-t)}}}{[4(T-t)]^{n/2}} d\mu_f(p) = - \int_M \frac{e^{-\frac{|f(p,t)-x_0|^2}{4(T-t)}}}{[4(T-t)]^{n/2}} \left| H(p, t) + \frac{(f(p, t) - x_0) \cdot \nu(p, t)}{2(T-t)} \right|^2 d\mu_f(p),$$

für alle $t \in [0, T)$.

Abgabe Montag 27.01.2014 in der Vorlesung.