Aufgabe 1 *(Der Spektralsatz)*
Lesen Sie den Spektralsatz im Buch *Lineare Funktionalanalysis* von H.W. Alt (Springer).

Aufgabe 2 *(Lösung eines Randwertsproblems)*
Sei M eine kompakte Mannigfaltigkeit mit einer Riemannschen Metrik g. Seien $\{\lambda_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ die Eigenwerte des Laplace Operators von (M,g), mit assozierten Eigenräumen $\{V_i\}_{i\in\mathbb{N}}$ und Projektionen $\{P_i\}_{i\in\mathbb{N}}$. Sei $f \in C^\infty(M\times[0,T))$, für $T>0$. Betrachte

$$u(p,t) := \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^t e^{(s-t)\lambda_i} f_i(p,s)ds\,,$$

wobei $f_i = P_i f$. Zeigen Sie, dass $u \in C^\infty(M\times[0,T))$ und löst das Anfangswertproblem

$$\partial_t u - \Delta u = f \quad \text{mit} \quad u|_{t=0} = 0\,.$$

Abgabe Montag 03.02.2014 in der Vorlesung.