Aufgabe 1 *(Konvergenz in Vektorbündeln)*
Sei $\pi : V \to M$ ein Vektorbündel vom Rang k, und $v \in \pi^{-1}(U)$ für eine Trivialisierung $\phi : \pi^{-1}(U) \to U \times \mathbb{R}^k$. Zeigen Sie: eine Folge $v_\ell \in V$ konvergiert genau dann gegen v, wenn $v_\ell \in \pi^{-1}(U)$ für $\ell > \ell_0$ und

$$\phi(v_\ell) \to \phi(v) \quad \text{in } U \times \mathbb{R}^k.$$

Aufgabe 2 *(Riemannscher Abstand in $\mathbb{S}^n$)*
Zeigen Sie: der Riemannsche Abstand von $p, q \in \mathbb{S}^n$ ist

$$d(p,q) = \arccos \langle p, q \rangle.$$

Hinweis. Betrachten Sie die Funktion $f(q) = \arccos \langle p, q \rangle$ längs Kurven auf $\mathbb{S}^n$.

Aufgabe 3 *(Lie-Klammer)*
Seien X, Y C^∞-Vektorfelder auf der Mannigfaltigkeit M. Es gibt dann ein eindeutig bestimmtes C^∞-Vektorfeld $[X, Y]$ mit

$$[X,Y]f = X(Yf) - Y(Xf) \quad \text{für alle } f \in C^\infty(M).$$

Berechnen Sie die Koordinatendarstellung von $[X, Y]$.

Abgabe Montag 11.11.2013 in der Vorlesung.