Aufgabe 1 *(günstige Karte)*
Sei g Riemannsche Metrik der Klasse C^0 auf der n-dimensionalen Mannigfaltigkeit M. Bestimmen Sie zu $p \in M$ eine Karte $\varphi : U \to \varphi(U) \subset \mathbb{R}^n$, $p \in U$, mit

$$\varphi(p) = 0 \quad \text{und} \quad g_{ij}(p) = \delta_{ij}.$$

Aufgabe 2 *(Bogenlängenfunktion)*
Sei g Riemannsche Metrik der Klasse C^0 auf M, und $\gamma \in C^0([a,c], M)$ mit Länge $L_g(\gamma) < \infty$. Zeigen Sie folgende Aussagen:

(1) $L_g(\gamma) = L_g(\gamma|_{[a,b]}) + L_g(\gamma|_{[b,c]})$ für $b \in [a,c]$.

(2) Die Funktion $\ell(t) = L_g(\gamma|_{[a,t]})$ ist stetig.

Aufgabe 3 *(metrische Bälle)*
Es bezeichne $d(\cdot,\cdot)$ die Riemannsche Abstandsfunktion von (M,g). Geben Sie ein Beispiel, dass die Menge

$$B_\varrho(p) = \{q \in M : d(p,q) < \varrho\}$$

nicht diffeomorph zu einem Ball sein muss.

Abgabe Montag 18.11.2013 in der Vorlesung.