Aufgabe 1 *(Kommutationsregel für das Dachprodukt)*
Für einen Vektorraum V, seien $\omega \in \Lambda^k V$ und $\eta \in \Lambda^l V$. Zeigen Sie, dass es gilt

$$\omega \wedge \eta = (-1)^{kl} \eta \wedge \omega \,.$$

Aufgabe 2 *(Die Determinante einer linearen Abbildung)*
Seien V, W Vektorräume und $f \in L(V, W)$. Für $v_j \in V$, $w_j \in W$ und $j = 1, ..., k$ gelte

$$f(v_j) = \sum_{i=1}^{k} a_j^i w_i \quad \text{mit} \quad A = (a_j^i) \in \mathbb{R}^{kxk} \,.$$

Zeigen Sie, dass für $\eta \in \Lambda^k W$ gilt

$$\eta(f(v_1), ..., f(v_k)) = \det(A) \eta(w_1, ..., w_k) \,.$$

Aufgabe 3 *(Die Pullbackabbildung einer Verkettung)*
Für M, N und P Mannigfaltigkeiten, sei $f \in C^1(M, N)$ und $g \in C^1(N, P)$. Zeigen Sie, dass für jede $k-$form η auf P gilt

$$(g \circ f)^* \eta = f^*(g^* \eta) \,.$$

Abgabe Montag 25.11.2013 in der Vorlesung.