Ich hatte in der Vorlesung die Teilung der Eins $\chi_{i,\nu}$ mit kompakten Trägern konstruiert. Die einzelnen Schritte seien nochmal erwähnt:

(1) Sei $\emptyset = G_0 \subset\subset G_1 \subset\subset \ldots$ eine offene, relativ kompakte Ausschöpfung von M (Lemma 1.1). Für $p \in M$ sei $i_p \in \mathbb{N}_0$ maximal mit $p \notin \overline{G_{i_p}}$. Wähle weiter $\lambda_p \in \Lambda$ mit $p \in V_{\lambda_p}$.

(2) Wähle Karte $\varphi_p : U_p \to \varphi_p(U_p)$ mit

$$\begin{aligned} U_p &\subset V_{\lambda_p} \cap (G_{i_p+2} \backslash \overline{G_{i_p}}), \\ [-2,2]^n &\subset \varphi_p(U_p) \text{ und } \varphi_p(p) = 0. \end{aligned}$$

Setze nun $\eta_p = \chi \circ \varphi_p$ auf U_p (Null sonst). Dabei ist χ aus Lemma 1.2.

(3) Sei $W_p = \varphi_p^{-1}([-1,1]^n)$, also $\eta_p = 1$ auf W_p. Wähle für $i \in \mathbb{N}_0$ Punkte $p_{i,\nu} \in \overline{G_{i+1}} \backslash G_i$, $1 \leq \nu \leq N_i$, so dass $\overline{G_{i+1}} \backslash G_i$ durch die $W_{i,\nu}$ überdeckt wird. Man sieht dann: die Träger der $\eta_{p_{i,\nu}}$ mit $i \in \mathbb{N}_0$, $1 \leq \nu \leq N_i$ sind lokal endlich.

(4) Definiere $\eta = \sum_{i \in \mathbb{N}_0} \sum_{\nu=1}^{N_i} \eta_{p_{i,\nu}}$ und setze $\chi_{i,\nu} = \eta_{p_{i,\nu}}/\eta$.

Um eine Teilung der Eins φ_λ mit $\operatorname{spt} \varphi_\lambda \subset V_\lambda$ zu konstruieren setzen wir

$$\varphi_\lambda = \sum_{\operatorname{spt} \chi_{i,\nu} \subset V_\lambda} \chi_{i,\nu}.$$

Es ist klar, dass die $\operatorname{spt} \varphi_\lambda$ lokal endlich sind; da jeder Träger $\operatorname{spt} \chi_{i,\nu}$ in einem $U_{p_{i,\nu}} \subset V_{\lambda_p}$ enthalten ist, ist außerdem $\sum_{\lambda \in \Lambda} \varphi_\lambda = 1$. Zu zeigen bleibt $\operatorname{spt}\varphi_\lambda \subset V_\lambda$. Zu $p \in \partial V_\lambda$ gibt es eine Umgebung U, die nur endlich viele der $\operatorname{spt} \chi_{i,\nu}$ trifft. Da die $\operatorname{spt} \chi_{i,\nu}$ kompakt sind, können wir U wählen mit $U \cap \operatorname{spt} \chi_{i,\nu} = \emptyset$ falls $\operatorname{spt} \chi_{i,\nu} \subset V_\lambda$.