

### Aufgabe 1

Seien  $A \in \mathbb{R}^{n \times l}$  und  $B \in \mathbb{R}^{l \times m}$  Matrizen. Beweisen sie dass  $(AB)^T = B^T A^T$ .

### Aufgabe 2 (Zerlegung von Matrizen)

Eine Matrix  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  heisst symmetrisch (bzw. antisymmetrisch) falls  $M = M^T$  (bzw.  $M^T = -M$ ). Beweisen Sie dass jede Matrix  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  eine eindeutige Zerlegung  $M = S + A$  hat, wobei  $S$  symmetrisch und  $A$  antisymmetrisch ist.

### Aufgabe 3 (Lineare Abhängigkeit)

Begründen Sie dass die Menge der stetigen Funktionen  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  ein reeller Vektorraum ist. Beweisen Sie, dass die zwei Funktionen  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$  linear unabhängig sind.

### Aufgabe 4

Sei  $A(t) \subset \mathbb{R}^3$  die Menge der Punkte deren Koordinaten erfüllen  $tx + 2y + z = 0$ ,  $B(t) \subset \mathbb{R}^3$  die Menge der Punkte deren Koordinaten erfüllen  $(1-t)x + y - z = 0$  und  $C(t) \subset \mathbb{R}^3$  die Menge der Punkte deren Koordinaten erfüllen  $x + 2ty + (2t+1)z = 0$ . Begründen sie, dass für jedes  $t \in \mathbb{R}$  die Menge  $I(t) = A(t) \cap B(t) \cap C(t)$  ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}^3$  ist und berechnen Sie seiner Dimension.

*Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 11.02.2013, vor der Vorlesung.*