

Aufgabe 1

Seien $A \in \mathbb{R}^{n \times l}$ und $B \in \mathbb{R}^{l \times m}$ Matrizen. Beweisen sie dass $(AB)^T = B^T A^T$.

Aufgabe 2 (Zerlegung von Matrizen)

Eine Matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ heisst symmetrisch (bzw. antisymmetrisch) falls $M = M^T$ (bzw. $M^T = -M$). Beweisen Sie dass jede Matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine eindeutige Zerlegung $M = S + A$ hat, wobei S symmetrisch und A antisymmetrisch ist.

Aufgabe 3 (Lineare Abhängigkeit)

Begründen Sie dass die Menge der stetigen Funktionen $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ein reeller Vektorraum ist. Beweisen Sie, dass die zwei Funktionen $\sin(x)$ und $\cos(x)$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 4

Sei $A(t) \subset \mathbb{R}^3$ die Menge der Punkte deren Koordinaten erfüllen $tx + 2y + z = 0$, $B(t) \subset \mathbb{R}^3$ die Menge der Punkte deren Koordinaten erfüllen $(1-t)x + y - z = 0$ und $C(t) \subset \mathbb{R}^3$ die Menge der Punkte deren Koordinaten erfüllen $x + 2ty + (2t+1)z = 0$. Begründen sie, dass für jedes $t \in \mathbb{R}$ die Menge $I(t) = A(t) \cap B(t) \cap C(t)$ ein Untervektorraum von \mathbb{R}^3 ist und berechnen Sie seiner Dimension.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 11.02.2013, vor der Vorlesung.