

Aufgabe 1 (*Eine Ungleichung*) (3 Punkte)
Beweisen Sie für $a, b \in \mathbb{R}$ die Ungleichung

$$ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2).$$

Wann gilt Gleichheit?

Aufgabe 2 (*Gleichungen mit Betrag*)(3 Punkte)
Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die gilt:

(1) $|x + 2| \leq \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$.

(2) $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| \leq 2$.

Aufgabe 3 (*Approximation von $\sqrt{7}$*)(3 Punkte)

Bestimmen Sie die Dezimaldarstellung von $\sqrt{7}$ bis zur dritten Nachkommastelle, mit dem Verfahren aus der Vorlesung (geben Sie die Zwischenergebnisse an).

Aufgabe 4 (*Kleinste obere Schranke*)(3 Punkte)

Was ist die kleinste obere Schranke der Menge

$$M = \left\{ (-1)^n - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\},$$

und wieso?

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 5.11.2012, vor der Vorlesung