

Aufgabe 1 (*Die Potenzmenge*) (3 Punkte)

Sei P_n die Menge aller Teilmengen von $\{1, \dots, n\}$, einschließlich der leeren Menge. Zeigen Sie durch Induktion: die Anzahl der Elemente von P_n ist 2^n .

Aufgabe 2 (*Nullsummenspiel*) (3 Punkte)

Zeigen Sie die Formel

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0.$$

Aufgabe 3 (*Rettet die Frösche*) (3 Punkte)

Ein Frosch sitzt am Rand einer $3m$ breiten Straße und will diese überqueren. Wegen Ermattung ist jeder seiner Sprünge nur halb so groß wie der vorige. Wenn er mit einem Sprung von $1m$ startet, wie weit ist er nach dem n -ten Sprung noch von der anderen Straßenseite entfernt?

Aufgabe 4 (*Dezimaldarstellung rationaler Zahlen*) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Dezimaldarstellung einer rationalen Zahl entweder abbricht oder periodisch ist.

Hinweis. Die Darstellung ergibt sich durch fortgesetzte Division mit Rest.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 12.11.2012, vor der Vorlesung