

**Aufgabe 1** (*Komplexe Zahlen*) (3 Punkte)

Verifizieren Sie die folgenden Rechenregeln für komplexe Zahlen:

(1)  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ ,  $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$ ,

(2) Für  $z = x + iy$  ist  $\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$  und  $\operatorname{Im} z = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$

(3)  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ .

**Aufgabe 2** (*Polynomdivision*) (3 Punkte)

Zerlegen Sie die nachstehende rationale Funktion in Hauptteil und Nebenteil (vgl. Lemma 2.4).

$$f(x) = \frac{x^7 - 3x^3 + 1}{x^2 + x + 1}.$$

**Aufgabe 3** (*Kreuprodukt*) (3 Punkte)

Zeigen Sie für Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbb{R}^3$  die nachstehenden Formeln.

(1)  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle \vec{b} - \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \vec{c}$

(2)  $\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c} \times \vec{d} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle \langle \vec{b}, \vec{d} \rangle - \langle \vec{a}, \vec{d} \rangle \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle$

**Aufgabe 4** (*Monotonie der Potenzfunktionen*) (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen streng monoton wachsend sind.

(a)  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^k$  für  $k \in \mathbb{N}$ .

(b)  $g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt[k]{x}$  für  $k \in \mathbb{N}$ .

*Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 26.11.2012, vor der Vorlesung*