Aufgabe 1 (*Zerlegung von Polynomen*) (3 Punkte)
Zerlegen Sie das reelle Polynom $f(x) = x^4 + 1$

(a) über $\mathbb{C}$ in ein Produkt von vier Linearfaktoren

(b) über $\mathbb{R}$ in ein Produkt von zwei quadratischen Faktoren

Aufgabe 2 (*Doppel- und Halbwinkelformeln*) (3 Punkte)
Zeigen Sie die folgenden Formeln:

(1) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x,\ \sin 2x = 2\sin x \cos x$

(2) $\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1+\cos x}{2},\ \sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1-\cos x}{2}.$

Aufgabe 3 (*Umkehrfunktion des Tangens*) (3 Punkte)
Begründen Sie, dass $\tan : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ streng monoton wachsend ist mit

$$\tan x \to \pm\infty \quad \text{für } x \to \pm\frac{\pi}{2}.$$

Damit existiert die Umkehrfunktion

$$\arctan : \mathbb{R} \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right).$$

Zeichen Sie die Graphen der beiden Funktionen.

Aufgabe 4 (*Trigonometrische Summe*) (3 Punkte)
Zeigen Sie für $t \notin 2\pi\mathbb{Z}$:

$$\sum_{k=0}^{n} \cos kt = \frac{\cos\frac{nt}{2}\sin\frac{(n+1)t}{2}}{\sin\frac{t}{2}}.$$

Hinweis: Eulersche Formel, geometrische Summe (Induktion ginge auch)

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 3.12.2012, vor der Vorlesung