

Aufgabe 1 (*Konvergenz von Kehrwerten*) (3 Punkte)

Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Aus $a_n \rightarrow +\infty$ folgt $b_n = 1/a_n \rightarrow 0$.
(b) Aus $b_n \rightarrow 0$, $b_n > 0$, folgt $a_n = 1/b_n \rightarrow \infty$.

Aufgabe 2 (*Konvergenz von Mittelwerten*) (3 Punkte)

Sei a_n eine gegebene Folge und $A_n = (a_1 + \dots + a_n)/n$ die Folge der Mittelwerte der ersten n Folgenglieder. Zeigen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \quad \Rightarrow \quad \lim_{n \rightarrow \infty} A_n = a.$$

Betrachten Sie erst den Fall $a = 0$. Wie ist es mit der umgekehrten Implikation?

Aufgabe 3 (*konvergente/divergente Folgen*) (3 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die nachstehenden Folgen für $n \rightarrow \infty$ konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert (mit Begründung).

- a) $a_n = (-1)^n(3n - 1)/n$ b) $a_n = n!/n^n$
c) $a_n = (n + 1)^{1/2} - n^{1/2}$

Aufgabe 4 (*Überlagerung von Schwingungen*) (3 Punkte)

Gegeben seien die harmonischen Schwingungen

$$x_1(t) = \cos(\omega_1 t + \alpha_1) \quad \text{und} \quad x_2(t) = \cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Zeigen Sie: die Überlagerung $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ hat die Darstellung

$$x(t) = A(t) \cos(\omega t + \alpha) \quad \text{wobei} \quad A(t) = 2 \cos(\varepsilon t + \delta),$$

und zwar mit den Parametern

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad \alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, \quad \varepsilon = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}, \quad \delta = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}.$$

Zeichnen Sie für $\omega_{1,2} = 2\pi\nu_{1,2}$ mit $\nu_1 = 440$, $\nu_2 = 442$ und $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 10.12.2012, vor der Vorlesung