Übungsaufgaben zur Vorlesung
Analysis I — WS 11/12, Serie 1
Prof. Dr. G. Wang — 24.Okt. 2011
Dr. A. Magni

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei $a \in \mathbb{R}$. Negieren Sie folgende Aussage:

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta > 0 : |x^2 - a| \le \varepsilon \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ mit } |x - a| \le \delta.$$

(Dass heißt: für alle $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, sodass $|x^2 - a| \le \varepsilon$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - a| \le \delta$ gilt.)

Aufgabe 2 (6 Punkte)
i) Beweisen Sie, dass für Mengen M, N und P gilt:

a) $(M \cap N) \cap P = M \cap (N \cap P)$

b) $M \cup (N \cap P) = (M \cup N) \cap (M \cup P)$

ii) Seien $A, B \subset X$ mit Komplement $A^c = X \backslash A$ und $B^c = X \backslash B$. Zeigen Sie, dass

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Aufgabe 3 (*Verkettete Abbildungen)* (2 Punkte)
Es seien $f : A \to B$, $g : B \to C$ und $h : C \to D$ Abbildungen. Zeigen Sie, dass

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgende Funktionen hinsichtlich Injektivität und Surjektivität:

i) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(n) = n + (-1)^{n+1}$.

ii) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $f(n) = \frac{1}{n}$.

iii)

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, n \mapsto \begin{cases} \frac{n}{4}, & \text{wenn } n \text{ durch 4 teilbar ist,} \\ 3n + 1, & \text{wenn } n \text{ nicht durch 4 teilbar ist.} \end{cases}$$

Spielecke In einem Quadrat der Fläche Eins seien sieben Punkte gegeben, die zusammen mit den Ecken des Quadrats die Menge E bilden. Zeigen Sie, dass bei jeder Zerlegung des Quadrats in Dreiecke (*Triangulierung*) mit Ecken in E eines mit Fläche höchstens 1/16 vorkommt. Lassen sich die Punkte so anordnen, dass in jeder Triangulierung alle Dreiecke mindestens so groß sind?

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Matrikelnummer sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. **Abgabe ist am Montag, 31.10.11 bis 12:00**.