AUFGABE 4

$f(x,y) = x^2 - 2y^2$

a) $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ ist C^∞. Deswegen gilt

(x_0, y_0) ist eine Extremstelle gdw $\nabla f(x_0, y_0) = 0$

$$(\nabla f)(x,y) = \begin{pmatrix} 2x \\ -4y \end{pmatrix} \Rightarrow (\nabla f)(x,y) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

falls (gdw) $x = y = 0$.

$\Rightarrow$ $(0,0)$ ist die einzige Extremstelle.

b) Unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$, gilt

$$f(x,y) = x^2 - 2y^2 = x^2 + y^2 - 3y^2 = 1 - 3y^2$$

$\Rightarrow$ f hat ein Maximum an den Stellen $y = 0$, $x = \pm 1$.

$\Rightarrow$ f hat ein Minimum an den Stellen $y = \pm 1$, $x = 0$.

$\Rightarrow$ f hat keine andere kritische Stellen.

AUFGABE 10

$$x' = \frac{1}{\cos\left(\frac{x}{t}\right)} + \frac{x}{t}, \quad y = \frac{x}{t} \Rightarrow y' = \frac{x'}{t} - \frac{x}{t^2}$$

$$= \frac{1}{t \cos y}$$

$$\Rightarrow (\sin y)' = (\log t)' \Rightarrow y = \arcsin(\log t + c)$$

$$\Rightarrow x = t \arcsin(\log t + c)$$