Dr. Emanuel Scheidegger
Mmath Oliver Gray
Institut für Mathematik
Universität Augsburg

Modulformen
SS 07/08

Übungsblatt 4

13. (a) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass $\Gamma_1(N)$ eine normale Untergruppe von $\Gamma_0(N)$, aber nicht von Γ_1 ist. Ist $\Gamma_0(N)$ eine normale Untergruppe von Γ_1?

    (b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Indizes von $[\Gamma_1(N) : \Gamma(N)]$, $[\Gamma_0(N) : \Gamma_1(N)]$, $[\Gamma_0(N) : \Gamma(N)]$ und $[\Gamma_1 : \Gamma_0(N)]$.

14. (4 Punkte) Bestimmen Sie einen Isomorphismus von $\Gamma(N)$ nach einer Untergruppe von $\Gamma_0(N^2)$ mit Index $\phi(N)$ in $\Gamma_0(N^2)$. Insbesondere sind dann $\Gamma(2)$ und $\Gamma_0(4)$ isomorph. Hier ist ϕ die sogenannte Eulersche Totientfunktion: $\phi(N)$ ist gleich der Anzahl von positiven ganzen zahlen, die kleiner als N und teilerfremd zu N sind.

15. (a) (2 Punkte) Nehmen Sie an, dass Γ und Γ' zwei Untergruppen mit endlichem Index in Γ_1 sind, und dass $\Gamma = \alpha\Gamma'\alpha^{-1}$ für ein $\alpha \in GL_2(\mathbb{Q})$. Wenn F' ein Fundamentalbereich von Γ' ist, zeigen Sie, dass $\alpha F'$ ein Fundamentalbereich von Γ ist.

    (b) (2 Punkte) Zeichnen Sie einen Fundamentalbereich von $\Gamma_0(4)$.

16. (4 Punkte) Beschreiben Sie alle Kongruenzgruppen Γ' der Stufe 2, d.h. alle Untergruppen, die zwischen Γ_1 und $\Gamma(2)$ liegen: $\Gamma(2) \subset \Gamma' \subset \Gamma_1$. Für jede solche Γ', finden Sie einen einfach zusammenhängenden Fundamentalbereich. Nehmen Sie dazu einen passenden Anteil des Fundamentalbereichs $F(2)$ von $\Gamma(2)$, der in der Vorlesung gegeben wurde.

Abgabetermin: Dienstag, 13.05.2008 um 10:00 Uhr.