

**1. Übungsblatt zur Vorlesung „Elementargeometrie“**  
**Dr. Oliver Fabert**  
**Dipl. math. Alex Koenen**

---

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.  
Abgabe: Freitag, den 03.05.2013 in der Vorlesung.*

**Aufgabe 1:**

Zeigen Sie die Axiome (I1), (I2), (I3) und (P) für die kartesische Ebene.

**Aufgabe 2:**

- (a) Zeigen Sie, dass Parallelität eine Äquivalenzrelation in affinen Ebenen definiert.
- (b) Konstruieren Sie affine Ebenen mit 4 und 9 Punkten.

**Aufgabe 3:**

Zeigen Sie Axiom (I2) für affine Ebenen. Folgern Sie damit die Existenz von Vierecken in affinen Ebenen, d.h. es gibt vier Punkte von denen jeweils drei nicht kollinear sind.

**Aufgabe 4:**

Zeigen Sie in der sphärischen Geometrie, dass es für zwei Punkte  $p, q$  auf  $S^2$  mit  $p \neq \pm q$  genau eine Gerade durch  $p$  und  $q$  gibt. Beschreiben Sie die Ebene durch den Ursprung im  $\mathbb{R}^3$ , die diese Gerade enthält.

## Anwesenheitsübungen

---

*Diese Aufgaben sollen Sie in der zweiten Vorlesungswoche in den Übungen bearbeiten.*

Beweisen Sie Satz 1.4 aus der Vorlesung:

- (a) Zwei Geraden in einer affinen Ebene besitzen eine gleichmächtige Anzahl von Punkten.
- (b) Besitzt eine Gerade der affinen Ebene  $\mathcal{A}$  genau  $n$  Punkte, dann gibt es genau  $n^2$  Punkte und  $n^2 + n$  Geraden in  $\mathcal{A}$ .