

Präsenzaufgaben

für die Online-Übungsgruppen am 19./20./21.05.2020

Aufgabe 1. *Komplexe Zahlen.* Schreiben Sie

$$\frac{(1-i)^4}{(1+i)^3} + \frac{(1+i)^4}{(1-i)^3}$$

in der Form $x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2. *Potenzreihen und Konvergenz.* Es sei

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}.$$

Zeigen Sie:

- (a) Für $x \in (-1, 1] \subset \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe auf der rechten Seite gegen $\log(1+x)$.
- (b) Für $x \in (-1, 1)$ konvergiert die Potenzreihe absolut.
- (c) Für $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$ sei $\log(1+z) = f(z)$. Dann gilt $\exp \log(1+z) = 1+z$, wobei $\exp w = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{w^n}{n!}$ für $w \in \mathbb{C}$.