

# ANWESENHEITSÜBUNG

## MEHRFACHINTEGRALE

IM WS 2016/2017 BEI PD DR. E. SCHEIDEGGER

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Abbildungen:

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} xe^y + \sin x \\ xy^2z^3e^{xy^2} \end{pmatrix} \quad g(x, y, z) = \begin{pmatrix} z \log \left( 1 + \frac{xz}{1+y^2} \right) \\ (x^3 + y^3 + z^3)^{\frac{7}{4}} \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- (a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der beschränkten Fläche, die von den Graphen der Funktionen  $f(x) = x^3 - 2x$  und  $g(x) = 2x^2$  eingeschlossen wird.
- (b) Berechnen Sie:  $\int_e^{2e} \frac{\log x}{x} dx$  und  $\int_1^2 4xe^{x^2-4} dx$ .
- (c) Berechnen Sie:  $\int_e^{e^2} x \log x dx$  und  $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$ .
- (d) Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve, die als Graph von  $y = \frac{x^3}{12} + \frac{1}{x}$  für  $x$  im Intervall  $[1, 4)$  gegeben ist.

### Aufgabe 3

- (a) Berechnen Sie  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x) dx$
- (b) Bestimmen Sie nun iterativ  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x) dx$  für alle  $n \in \mathbb{N}$

### Aufgabe 4

Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \left( \frac{k}{n} \right)^5. \quad (1)$$

Können Sie auch das Ergebnis benennen, wenn wir den Exponenten 5 durch eine beliebige natürliche Zahl  $m \in \mathbb{N}$  ersetzen würden?