Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele 7.1.2013

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2012/13 — Blatt 10

Abgabe: Montag, den 14. Januar, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Sei der Umfang der Erde am Äquator mit $U = 40.000$km angenommen.

1. Zeichnen Sie auf einer Skizze, auf der Sie die Erde entlang eines Längenkreises aufschneiden, den 48°. Breitengrad der Nordhalbkugel ein und berechnen Sie seine Länge U_{48°. Übrigens: der 48°. Breitengrad verläuft durch Freiburg und ist unweit des Institutsviertels an der Kreuzung Habsburgerstraße-Ludwigstraße markiert.
2. Können Sie eine Formel herleiten, mit welcher Sie allgemein die Länge U_α der Breitengrade aus dem Umfang der Erde berechnen können?

Aufgabe 2: **4 Punkte**

1. Es gilt $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Berechnen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme $\cos 15^\circ$ und $\sin 75^\circ$.
2. Die Funktionen Sinushyperbolicus und Kosinushyperbolicus sind folgendermaßen definiert:

$$\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}),\ \cosh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

Zeigen Sie:

(a) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

(b) $\cosh(x) = \cosh(-x)$ und $\sinh(-x) = -\sinh(x)$.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Berechnen Sie die ersten Ableitungen der folgenden Funktionen:

1. $f(x) = x^3 \sin x$.
2. $g(x) = \frac{x^3+5}{x^2+1}$.
3. $h(x) = e^{\cosh x}$.
4. $u(x) = \frac{\ln x + \sin x}{\cos x}$.

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

1. $\ln(x^2 - y^2) - \ln(2(x - y))$.
2. $\ln(x^{\frac{2}{3}}) - \ln(\sqrt[3]{x^{-4}})$.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 10

Aufgabe 1:
Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2$ sowie die Punkte $x_0 = 3$ und $x_n = 3 + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch $(x_0, f(x_0))$ und $(x_n, f(x_n))$, d.h $\frac{f(x_0)-f(x_n)}{x_0-x_n}$ sowie $\lim_{n\to\infty} \frac{f(x_0)-f(x_n)}{x_0-x_n}$ und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit $f'(3)$.

Aufgabe 2:

1. Zeigen Sie: $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$
2. Vereinfachen Sie: $\ln(x^2 - y^2) + \ln(\frac{1}{x-y})$, $x > y \geq 0$.

Wir wünschen Ihnen alles Gute fürs neue Jahr!