Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele 29.10.2012

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2012/13 — Blatt 2

Abgabe: Montag, den 5. November, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Gegeben seien die Mengen $C := \{1, 2, 3\}$ und $D := \{0, 1, 2, 4\}$. Zeigen Sie mit Hilfe eines Gegenbeispiels, dass dann gilt $C \times D \neq D \times C$.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $f(x) := 3x+4x+5$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $g(x) := 2x^2-1$ definiert.

1. Berechnen Sie $f \circ g$ und $g \circ f$.
2. Finden Sie ein $x_0 \in \mathbb{R}$ mit $(f \circ g)(x_0) \neq (g \circ f)(x_0)$. Das bedeutet, dass die Verknüpfung $''\circ''$ nicht kommutativ ist.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := x^2 + 4x + 4$.

1. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion über dem Intervall $[-1, 5]$ und zeigen Sie anhand von Zahlenbeispielen, dass die Funktion f nicht bijektiv ist.
2. Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf Schnittpunkte mit Geraden der Form $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) := c$, $c \in \mathbb{R}$. Schließen Sie wiederum, dass f nicht bijektiv ist.
3. Gibt es Teilmengen $M \subset \mathbb{R}$ und $N \subset \mathbb{R}$, so dass $f : M \to N$ bijektiv ist?

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Skizzieren Sie die folgenden Mengen:

1. $\widetilde{B}_2 := \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + (y-3)^2 \leq 2 \,\}$
2. $\widetilde{S}_3 := \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (x+1)^2 + y^2 = 3 \,\}$
3. $\widetilde{C}_3 := \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (x+1)^2 + (y-3)^2 > 3 \,\}$

Für dieses Blatt gilt Einzelabgabe!

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 2

Aufgabe 1:
Skizzieren Sie die folgenden Mengen:

1. $S_1 := \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$
2. $B_2 := \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2 \}$
3. $\widetilde{B}_2 := \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 2 \}$

Aufgabe 2:
In einer fiktiven Mensa ist das einzig angebotene Gericht der "schnelle Teller". Sei M die Menge der Mensagäste und S die Menge der "schnellen Teller", sei außerdem $f : M \to S$ die Funktion die jedem Gast einen "schnellen Teller" zuordnet. Was muss jeweils für die Größe der Mengen M und S gelten, damit es möglich ist, dass f injektiv, surjektiv oder bijektiv ist. Diskutieren Sie, was die verschiedenen Fälle aus Sicht der Gäste bedeuten.

Aufgabe 3:
Sei $A := [2,3]$, $B := [3,6]$ und $C := \{1,2\}$. Skizzieren Sie die Mengen $A \times B$, $B \times A$ sowie $A \times C$.

Aufgabe 4:
Gegeben seien die zwei Funktionen $h, k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $h(x) := x + 3$ und $k(x) := x^2 + 1$, berechnen Sie $h \circ k$ und $k \circ h$.