

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2012/13 — Blatt 5

Abgabe: Montag, den 26. November, vor der Vorlesung**Aufgabe 1:****4 Punkte**

1. Geben Sie zu den komplexen Zahlen $z = 3 + 2i$ und $z = \sqrt{5} + \sqrt{3}i$ jeweils die Polarkoordinatendarstellung an.
2. Geben Sie $z = 2e^{-4i}$ in der Form $z = x + iy$ an.
3. Berechnen Sie $(\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i))^{2012}$. Frage: Kann man sich das Ergebnis anschaulich erklären?

Aufgabe 2:**4 Punkte**

1. Finden Sie die Lösung $z = x + iy$ der Gleichung $\frac{60z-50i}{3-2i} = 15z + 25$.
2. Finden Sie alle Lösungen zu den quadratischen Gleichungen:
 - (a) $z^2 + 4z + 13 = 0$.
 - (b) $\frac{2}{3}z^2 = -z - \frac{25}{24}$.

Aufgabe 3:**4 Punkte**

Sei $Q := \{z = x + iy \in \mathbb{C} \mid -2 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$ und $w = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$. Wir definieren die Abbildung $T_w : Q \rightarrow \mathbb{C}$ durch $T_w(z) := wz$. Skizzieren sie Q sowie das Bild von Q unter T_w in zwei Koordinatensysteme.

Aufgabe 4:**4 Punkte**

Betrachten Sie eine Uhr mit Radius eins. Drücken Sie die Position der vollen Stunden mittels Polarkoordinaten und in der Form $x + iy$ aus. Tipp: Minimieren Sie Ihren Rechenaufwand, indem Sie sich zunächst überlegen, welche Symmetrieeigenschaften das Problem hat. Außerdem dürfen Sie die unten angegebene Tabelle verwenden.

φ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \varphi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \varphi$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Sie dürfen in Zweiergruppen abgeben!

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 5

Aufgabe 1:

1. Bestimmen Sie die Polarkoordinatendarstellung von $c = -1 - 2i$ und $d = 2$.
2. Schreiben Sie $z = e^i$ in der Form $z = x + iy$ und berechnen Sie $(i+1)^{11}$.

Aufgabe 2:

Sei $z = 1 + i$ und $w = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$. Skizzieren Sie w, z und $T_w(z) = wz$ und erklären Sie die Wirkung der Abbildung $T_w : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$. Tipp: Benutzen Sie Polarkoordinaten!

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen:

1. $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. $25z^2 + 10z + 16 = 0$.