Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele 16.4.2013

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2013 — Blatt 1

Abgabe: Dienstag, den 23. April

Aufgabe 1: **6 Punkte**

Stellen Sie sich vor Sie würfeln einmal mit einem normalen Würfel. Geben Sie die Ergebnismenge Ω an und finden Sie Beispiele für Ereignisse $E_1, ..., E_6 \subseteq \Omega$ anhand derer Sie die Gültigkeit der folgenden Regeln nachprüfen können. Die Funktion P sei dabei definiert wie in Anwesenheitsaufgabe 1.

1. Für alle $E_1, E_2 \subseteq \Omega$ mit $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ gilt $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$.
2. Für alle $E_3 \subseteq E_4 \subseteq \Omega$ gilt $P(E_4 \setminus E_3) = P(E_4) - P(E_3)$.
3. Für alle $E_5, E_6 \subseteq \Omega$ mit $E_5 \cap E_6 \neq \emptyset$ gilt $P(E_5 \cup E_6) = P(E_5) + P(E_6) - P(E_5 \cap E_6)$.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Für eine Studie über die Wirksamkeit von Grippeschutzimpfungen wurden 960 Personen danach befragt, ob sie vor dem letzten Winter gegen Grippe geimpft waren und ob sie an Grippe erkrankt waren oder nicht. Die Daten wurden nach geimpft/nicht geimpft und erkrankt/nicht erkrankt ausgezählt, so dass sich folgende Tabelle ergab:

	erkrankt	nicht erkrankt	
geimpft	117	389	506
nicht geimpft	289	165	454
$\sum$	406	554	960

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse, indem Sie ein Laplace-Modell zugrunde legen:

1. $A = \{$ "war geimpft" $\}$.
2. $B = \{$ "hatte Grippe" $\}$.
3. $C = \{$ "war nicht geimpft und hatte keine Grippe" $\}$.
4. $D = \{$ "war geimpft und hatte Grippe" $\}$.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1:
Es liege ein Laplace-Experiment mit endlicher Ergebnismenge $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$ vor. Für ein Ereignis $E \subseteq \Omega$ sei $P(E) := \frac{|E|}{|\Omega|}$ die Wahrscheinlichkeit, dass E eintritt, wobei $|E|$ die Anzahl der Elemente von E bezeichne. Zeigen Sie:

1. Für alle $E \subseteq \Omega$ gilt $0 \leq P(E) \leq 1$.
2. Es gilt $P(\Omega) = 1$ und $P(\emptyset) = 0$.
3. Für alle $E \subseteq \Omega$ gilt $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$, wobei $\overline{E} = \{\, \omega \in \Omega \,|\, \omega \notin E \,\} = \Omega \setminus E$ das Komplement von E in Ω bezeichnet.

Veranschaulichen Sie sich die Aussagen anhand eines Würfelexperimentes.

Aufgabe 2:

1. Geben Sie für die folgenden drei Spiel jeweils die Ergebnismengen Ω_a, Ω_b, Ω_c sowie $|\Omega_a|$, $|\Omega_b|$ und $|\Omega_c|$ an.
   (a) Spiel a: "Würfeln Sie mit zwei nicht unterscheidbaren Würfeln und schauen Sie auf die möglichen Zahlenpaare der oben liegenden Flächen."
   (b) Spiel b: "Würfeln Sie mit einem roten und einem blauen Würfel und schauen Sie auf die möglichen Zahlenpaare der oben liegenden Flächen."
   (c) Spiel c: "Würfeln Sie mit zwei nicht unterscheidbaren Würfeln und schauen Sie auf die Summe der Zahlen auf den oben liegenden Flächen."
2. Drücken Sie das Ereignis $E = \{$ "die Summe der beiden oben liegenden Zahlen ist 10" $\}$ für jedes der drei Spiele in Mengenschreibweise aus.
3. Berechnen Sie $P(E)$ für alle drei Spiele, indem Sie jeweils ein Laplace-Modell annehmen. Ist diese Annahme sinnvoll? Begründen Sie Ihre Antwort.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg fürs neue Semester!