

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2013 — Blatt 4

Abgabe: Dienstag, den 14. Mai**Aufgabe 1:****4 Punkte**Die Funktion $p_c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$p_c(t) := \begin{cases} ct(1-t) & \text{falls } t \in [0, 1] \\ 0 & \text{falls } t \notin [0, 1]. \end{cases}$$

1. Bestimmen Sie die Konstante c_0 so, dass p_{c_0} eine Dichtefunktion auf \mathbb{R} ist.
2. Bestimmen Sie den Erwartungswert einer Zufallsvariablen X , deren Verteilung durch die Dichtefunktion p_{c_0} gegeben ist und berechnen Sie $P(X < 0, 25)$ und $P(X > 0, 75)$

Aufgabe 2:**4 Punkte**Für eine $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilte Zufallsvariable X wurde in der Vorlesung folgende Formel hergeleitet:

$$P(|X - \mu| \leq \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) - 1,$$

dabei war $\varepsilon \in \mathbb{R}$ eine beliebige reelle Zahl und Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung.

1. Erklären Sie verbal, was die linke Seite dieser Gleichung beschreibt.
2. Berechnen Sie für $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ den Wert $P(|X - \mu| \leq \varepsilon)$ für $\varepsilon = \sigma$, $\varepsilon = 1,96\sigma$ und $\varepsilon = 3\sigma$.

Aufgabe 3:**4 Punkte**Das Körpergewicht von Jugendlichen ist normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 60\text{kg}$ und Standardabweichung $\sigma = 5\text{kg}$. Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Jugendlicher leichter als 57,5kg oder schwerer als 60kg ist.**Aufgabe 4:****4 Punkte**Die Körpergröße von Neugeborenen ist normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 51\text{cm}$ und Varianz $\sigma = 4\text{cm}$. Finden Sie die Zahl x_0 für die die Körpergröße von 98,8 Prozent aller Neugeborener um weniger als x_0 vom Erwartungswert abweicht.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 4

Aufgabe 1:

Sei X die Zufallsvariable, die die Augenzahl bei einmaligem Würfeln angibt. Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von X .

Aufgabe 2:

Sei $X \sim N(0, 1)$ und $\Phi(x) := P(X < x)$ die Verteilungsfunktion von X . Begründen Sie graphisch, dass gilt:

1. $P(X \geq x) = 1 - \Phi(x)$.
2. $P(X \geq -x) = 1 - \Phi(-x) = \Phi(x)$.
3. $P(a \leq X \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$.