

**Mathematik II für Naturwissenschaftler**

SS 2013 — Blatt 5

**Abgabe: Dienstag, den 28. Mai****Aufgabe 1:****4 Punkte**

Ist es vorteilhafter, beim Spiel mit einem Würfel auf das Eintreten mindestens einer 6 in 4 Würfeln oder beim Spiel mit zwei Würfeln auf mindestens einen Sechserpasch in 24 Würfeln zu setzen? **Tipp:** Interessiert man sich für die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  eines Ereignisses  $A$ , kann es manchmal von Vorteil sein, die Wahrscheinlichkeit des Komplementäreignisses zu berechnen.

**Aufgabe 2:****4 Punkte**

Sie würfeln zweimal mit einem fairen Würfel und notieren die Ergebnisse als  $\omega = (a_1, a_2)$  mit  $a_1, a_2 \in \{1, \dots, 6\}$ . Definieren Sie die folgenden Zufallsvariablen und geben sie jeweils ihren Wertebereich an:

1.  $X_1$  sei die erste der beiden geworfenen Zahlen
2.  $X_2$  sei der Mittelwert der beiden Zahlen.
3.  $X_3$  sei die Differenz der beiden Zahlen.
4.  $X_4$  sei die grössere der beiden Zahlen, falls sie unterschiedlich sind und Null falls man einen Pasch würfelt.
5. Berechnen Sie die induzierten Wahrscheinlichkeiten  $P(X_i = 2)$  für  $i = 1, 2, 3$ .

**Aufgabe 3:****4 Punkte**

Sie ziehen zehnmal mit Zurücklegen aus einer Urne mit 3 roten und 2 grünen Kugeln.

1. Geben Sie die Ereignismenge  $\Omega$  an.
2. Sei  $X$  die Zufallsvariable, die die Anzahl der insgesamt gezogenen grünen Kugeln angibt, und  $Y$  gebe die Anzahl der insgesamt gezogenen roten an. Skizzieren Sie die Histogramme von  $X$  und  $Y$ .
3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, dass sich die Anzahl der insgesamt gezogenen grünen Kugeln um mehr als drei vom Erwartungswert unterscheidet.

**Aufgabe 4:****4 Punkte**

Im Mittel bestellen freitags 4 Studenten pro Minute Milchreis in der Mensa. Gehen Sie von einer Poissonverteilung aus, um die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Minute mehr als 2 mal Milchreis bestellt wird, zu berechnen.

**Aufgabe 5:****4 Punkte**

Neun von zehn Ungeborenen bevorzugen im Mutterleib den rechten Daumen zum Lutschen. Forscher fanden heraus, dass alle Kinder, die rechts genuckelt hatten, im Alter von 10 bis 12 Jahren Rechtshänder waren. Zwei Drittel der Kinder, die im Mutterleib am linken Daumen lutschten, waren Linkshänder.

1. Veranschaulichen Sie die Situation mit Hilfe eines Baumdiagramms, indem Sie von einer Stichprobe von 300 Kindern ausgehen.
2. Wie viel Prozent der Kinder sind Linkshänder geworden, wie viel Prozent Rechtshänder?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Rechtshänder vor der Geburt am linken Daumen genuckelt?
4. Bestätigen Sie Ihr Ergebnis im vorherigen Aufgabenteil mit Hilfe der Bayesschen Formel.

**Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 5****Aufgabe 1:**

Ein Kellner nimmt pro Abend Trinkgelder in Höhe von 20 Euro bei einer Standardabweichung von 6 Euro ein.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er unter 15,50 Euro bleibt?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 30,50 Euro Trinkgeld verdient?
3. Finden Sie den Betrag  $b_0$ , für den er in 97,5 Prozent aller Fälle um weniger als  $b_0$  vom Erwartungswert abweicht.

Zeigen Sie allgemein: für eine  $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilte Zufallsvariable  $X$  gilt: Ist zu einer gegebenen Zahl  $q \in [0, 1]$ , das maximale Intervall  $[\mu - c, \mu + c]$  gesucht, so dass die Wahrscheinlichkeit mit der ein Ergebnis in diesem Intervall liegt gerade  $q$  ist, das heisst

$$P(\mu - c \leq X \leq \mu + c) = q,$$

so berechnet sich  $c$  durch

$$c = \Phi^{-1}\left(\frac{q+1}{2}\right)\sigma.$$