

**Mathematik I für Naturwissenschaftler**

WS 2013/14 — Blatt 13

**Abgabe: Montag, den 03. Februar, vor der Vorlesung**Die Übungsblätter finden Sie auch unter <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/>**Aufgabe 1:****4 Punkte**

Eine Urne enthalte drei rote, zwei grüne und fünf schwarze Kugeln, die blind gezogen und nach der Ziehung wieder zurückgelegt werden.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zwei Ziehungen genau eine rote und eine schwarze Kugel gezogen wird?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich bei zwei Ziehungen unter den gezogenen Kugeln keine grüne befindet?
- Nun wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei der zweiten Ziehung eine grüne Kugel gezogen wird, unter der Voraussetzung, dass bei der ersten Ziehung keine schwarze Kugel gezogen wurde?

**Aufgabe 2:****4 Punkte**

Ein Roulettespieler setzt neunmal nacheinander 100 Euro auf „rot“. Trifft er „rot“, so gewinnt er 200 Euro, ansonsten erhält er nichts. Sei  $X$  die Zufallsvariable, die seinen Gesamtgewinn angibt, wobei Verluste negativen Werten von  $X$  entsprechen. Beim Roulette gilt  $P(\text{„rot“}) = \frac{18}{37}$ , denn es gibt neben jeweils 18 roten und schwarzen Feldern noch ein grünes Feld.

- Geben Sie  $X$  sowie  $X(\Omega)$  an und zeichnen Sie das Histogramm von  $X$ .
- Berechnen Sie Erwartungswert und Standardabweichung von  $X$ .
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mindestens 300 Euro verliert?

**Aufgabe 3:****4 Punkte**

Neun von zehn Ungeborenen bevorzugen im Mutterleib den rechten Daumen zum Lutschen. Forscher fanden heraus, dass alle Kinder, die rechts genuckelt hatten, im Alter von 10 bis 12 Jahren Rechtshänder waren. Zwei Drittel der Kinder, die im Mutterleib am linken Daumen lutschten, waren Linkshänder.

- Veranschaulichen Sie die Situation mit Hilfe eines Baumdiagramms.
- Wie viel Prozent der Kinder sind Linkshänder geworden, wie viel Prozent Rechtshänder?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Rechtshänder vor der Geburt am linken Daumen genuckelt?
- Bestätigen Sie Ihr Ergebnis im vorherigen Aufgabenteil mit Hilfe der Bayesschen Formel.

**Aufgabe 4:****4 Punkte**

Auf einem Jahrmarkt ist ein Glücksrad mit einem roten und einem weißen Sektor aufgebaut. Die Sektoren sind so verteilt, dass die Wahrscheinlichkeit, einen roten Sektor zu treffen 10% beträgt. Für einen Einsatz von 1 Euro wird folgendes Spiel angeboten: Sie drehen 3 Mal an dem Glücksrad. Wenn Sie 3 Mal rot erhalten, bekommen Sie den Hauptgewinn von 100 Euro. Erscheint zwei Mal rot, erhalten Sie 5 Euro. In allen anderen Fällen gehen Sie leer aus. Sollten Sie dieses Spiel spielen? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie eine geeignete Zufallsvariable definieren und deren Erwartungswert berechnen.

**Aufgabe 5:****4 Punkte**

Seien  $X, Y : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  Zufallsvariablen. Zeigen Sie:

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

**Hinweis: Sie dürfen maximal 4 dieser 5 Aufgaben abgeben.**

**Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 13****Aufgabe 1:**

Sie würfeln mit zwei idealen 6-seitigen Würfeln und wählen die größere der beiden Augenzahlen aus. Die Zufallsvariable  $X$  bezeichne diese Augenzahl. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und den Erwartungswert von  $X$ .

**Aufgabe 2:**

Sie schlagen Ihrem Freund folgendes Spiel vor: Sie zahlen ihm 20 Euro und werfen dann drei Mal eine faire Münze. Erscheint dreimal „Kopf“ zahlt Ihnen Ihr Freund 100 Euro, bei zweimal „Kopf“ bekommen Sie Ihr Geld zurück und erscheint einmal oder keinmal „Kopf“ darf er Ihr Geld behalten.

1. Geben Sie die Ergebnismenge  $\Omega$  zu diesem Spiel an.
2. Definieren Sie eine Zufallsvariable  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  die Ihre Auszahlung angibt.
3. Berechnen Sie den Erwartungswert  $E(X)$  sowie  $E(Y)$  wobei die Zufallsvariable  $Y$  definiert sei als  $Y = X - 20$ .
4. Ist dieses Spiel fair?