

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2013/14 — Blatt 14

Abgabe: Montag, den 10. Februar, vor der VorlesungDie Übungsblätter finden Sie auch unter <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/>**Aufgabe 1:****4 Zusatzpunkte**

Während einer Vorlesung werden im HS Rundbau 90 Papierflieger gestartet, die jeweils unabhängig voneinander zufällig auf einer der 9 Tafeln landen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treffen a) 5, b) 10, c) 15 Papierflieger auf einer Tafel auf? Tipp: Poisson-Verteilung.

Aufgabe 2:**4 Zusatzpunkte**

Sie ziehen fünfmal mit Zurücklegen aus einer Urne mit 3 roten und 2 grünen Kugeln.

- Geben Sie die Ereignismenge Ω an.
- Sei X die Zufallsvariable, die die Anzahl der insgesamt gezogenen grünen Kugeln angibt, und Y gebe die Anzahl der insgesamt gezogenen roten an. Skizzieren Sie die Histogramme von X und Y .
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, dass sich die Anzahl der insgesamt gezogenen grünen Kugeln um mehr als eine vom Erwartungswert unterscheidet?

Aufgabe 3:**4 Zusatzpunkte**

Sie würfeln zweimal mit einem fairen Würfel und notieren die Ergebnisse als $\omega = (a_1, a_2)$ mit $a_1, a_2 \in \{1, \dots, 6\}$. Definieren Sie die folgenden Zufallsvariablen und geben sie jeweils ihren Wertebereich an:

- X_1 sei die erste der beiden geworfenen Zahlen
- X_2 sei der Mittelwert der beiden Zahlen.
- X_3 sei die Differenz der beiden Zahlen.
- X_4 sei die größere der beiden Zahlen falls sie unterschiedlich sind und Null falls man einen Pasch würfelt.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X_i = 2)$ für $i = 1, 2, 3$.

Aufgabe 4:**6 Zusatzpunkte**

Ein Kellner nimmt pro Abend Trinkgelder in Höhe von durchschnittlich 20 Euro bei einer Standardabweichung von 6 Euro ein.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er unter 15,50 Euro bleibt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 30,50 Euro Trinkgeld verdient?
- Finden Sie den Betrag b_0 , für den seine Einnahmen in 97,5 Prozent aller Fälle um weniger als b_0 vom Erwartungswert abweichen.

Aufgabe 5:**4 Zusatzpunkte**

Sie ziehen dreimal mit Zurücklegen aus einer Urne mit 3 roten, 2 grünen und einer blauen Kugel.

- a) Geben Sie die Ereignismenge Ω so an, dass ein Laplacemodell zugrundegelegt werden kann.
- b) Sei X die Zufallsvariable, die die Anzahl der insgesamt gezogenen blauen Kugeln angibt. Geben Sie $X(\Omega)$ an und skizzieren Sie das Histogramm von X . Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X .
- c) Sie möchten mit ihrem Freund ein Spiel spielen, bei dem er drei Mal aus der Urne zieht und für jede grüne Kugel 5 Euro von Ihnen bekommt (d.h. er bekommt von Ihnen 0, 5, 10 oder 15 Euro). Welchen Einsatz sollten Sie für dieses Spiel verlangen? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie eine geeignete Zufallsvariable definieren und deren Erwartungswert berechnen.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 14**Aufgabe 1:**

Zeichnen Sie das Histogramm einer $B(n, p)$ -verteilten Zufallsvariablen X in den folgenden Fällen:

- a) $p = 0,7$ und $n = 9$.
- b) $p = 0,4$ und $n = 9$.

Aufgabe 2:

Sei $X \sim N(0, 1)$ und $\Phi(x) := P(X < x)$ die Verteilungsfunktion von X . Begründen Sie graphisch, dass gilt:

- a) $P(X \geq x) = 1 - \Phi(x)$.
- b) $P(X \geq -x) = 1 - \Phi(-x) = \Phi(x)$.
- c) $P(a \leq X \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$.

Aufgabe 3:

Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $\mu = 10$ und $\sigma = 5$. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten, indem Sie Aufgabe 2 und $\Phi(\frac{2}{5}) \approx 0,66$ verwenden:

- a) $P(X \leq 8)$,
- b) $P(X \geq 12)$,
- c) $P(8 \leq X \leq 12)$.