Dr. Susanne Knies, Sarah Eckstein 04.11.2013

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2013/14 — Blatt 3

Abgabe: Montag, den 11. November, vor der Vorlesung

Die Übungsblätter finden Sie auch unter
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/

Aufgabe 1: **4 Punkte**

a) In der Vorlesung wurde die Formel $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$ behandelt. Verifizieren Sie
$$\binom{11}{3} = \binom{10}{2} + \binom{10}{3},$$
indem Sie beide Seiten der Gleichung ausrechnen.

b) Rechnen Sie $(a+b)^5$ mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks aus.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Auf dem Balkon Ihrer Großmutter sind 3 Balkonkästen befestigt. Sie möchten 8 gleiche Stiefmütterchen in diese 3 Balkonkästen pflanzen.

a) Wie viele Möglichkeiten haben Sie, die Blumen zu verteilen?

b) Wie viele Möglichkeiten bleiben übrig, wenn in jeden Kasten mindestens 2 Blumen gepflanzt werden sollen?

Dabei sollen bei *a)* und *b)* jeweils alle Stiefmütterchen eingepflanzt werden.

Aufgabe 3: **8 Punkte**

a) Geben Sie für die Folgen $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und $b_n = (-1)^n n$, $n \in \mathbb{N}$ jeweils die ersten 5 Folgenglieder an.

b) Die ersten 4 Folgenglieder der Folge c_n sind gegeben durch $c_0 = 0$, $c_1 = 2$, $c_2 = 4$, $c_3 = 6$. Geben Sie eine explizite und eine rekursive Darstellung der Folge c_n, $n \in \mathbb{N}$ an. (Dabei sollen selbstverständlich die gegebenen Folgenglieder logisch sinnvoll fortgesetzt werden!)

c) Die ersten 5 Folgenglieder der Folge d_n sind gegeben durch $d_1 = 1$, $d_2 = \frac{1}{2}$, $d_3 = \frac{1}{3}$, $d_4 = \frac{1}{4}$, $d_5 = \frac{1}{5}$. Geben Sie eine explizite Darstellung der Folge d_n, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ an. (Dabei sollen selbstverständlich die gegebenen Folgenglieder logisch sinnvoll fortgesetzt werden!)

Aufgabe 4 (Zusatzaufgabe): **2 Zusatzpunkte**

Bei einer fiktiven Bank besitzen Sie ein Sparbuch, auf das Sie jährlich unvorstellbare 5% Zinsen erhalten! Leider herrscht darauf Ebbe. Zum Dank für die gepflanzten Stiefmütterchen bezahlt Ihre Großmutter jedoch einmalig 1000 Euro ein. Die Folge a_n, $n \in \mathbb{N}$ beschreibe den Kontostand nach n Jahren, d.h. $a_0 = 1000$. Geben Sie sowohl eine explizite als auch eine rekursive Darstellung für die Folge a_n an.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 3

Aufgabe 1:

a) Geben Sie die ersten 5 Folgenglieder der Folge $a_n = \frac{1}{n+2}$, $n \in \mathbb{N}$ an.

b) Geben Sie die Folgenglieder $b_2, ..., b_8$ der rekursiv gegebenen Folge $b_{n+2} = b_{n+1} + b_n$, $n \in \mathbb{N}$ mit $b_0 = 0$ und $b_1 = 1$ an.

c) Die ersten 4 Folgenglieder der Folge c_n, $n \in \mathbb{N}$ seien gegeben durch $c_0 = 1$, $c_1 = 3$, $c_2 = 5$, $c_3 = 7$. Geben Sie eine explizite Darstellung der Folge c_n an, indem Sie die gegebenen Folgenglieder logisch fortsetzen.

Aufgabe 2:
Die Folge d_n sei gegeben durch

$$d_n = 3n - 100,\ n \in \mathbb{N}.$$

Finden Sie für die Konstanten $c_1 = 50$ und $c_2 = 100$ jeweils n_1, $n_2 \in \mathbb{N}$, so dass gilt

$$d_{n_1} \geq c_1 \qquad \text{und} \qquad d_{n_2} \geq c_2.$$

Wie groß muss N sein, so dass für gegebenes $c \in \mathbb{R}$ gilt:

$$d_N \geq c\,?$$