Dr. Susanne Knies, Sarah Eckstein 29.04.2014

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2014 — Blatt 1

Abgabe: Donnerstag, 08.05., vor der Vorlesung

Die Übungsblätter finden Sie auch unter
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/

Aufgabe 1: 4 Punkte

a) Berechnen Sie

1) $$\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\1\\1,5\end{pmatrix}$$

2) $$\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\-1\\1\end{pmatrix}$$

3) $$4\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix}$$

b) Skizzieren Sie
$$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}, \qquad r\in[0,1].$$

Aufgabe 2: 4 Punkte

Sei $K = \{\ \mathbf{x}\in\mathbb{R}^2 \mid \|\mathbf{x}\| \le 2\ \} \subset \mathbb{R}^2$ der Kreis um den Ursprung mit Radius 2.

a) Zeigen, dass für $\mathbf{x_0} = (1,1)$ und $\mathbf{y_0} = (-2,0)$ gilt $\mathbf{x_0}$, $\mathbf{y_0} \in K$.

b) Skizzieren Sie $\mathbf{z_n} := \frac{1}{n}\mathbf{x_0} + (1-\frac{1}{n})\mathbf{y_0}$ für $n = 2,3,4$.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Gegeben sind die Vektoren $\mathbf{x}=\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$, $\mathbf{y}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ und $\mathbf{z}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ und $\mathbf{z}$ linear abhängig sind, indem Sie Zahlen a, $b\in\mathbb{R}$ finden, so dass
$$a\mathbf{x}+b\mathbf{y}=\mathbf{z}.$$

b) Finden Sie Zahlen c, $d\in\mathbb{R}$, so dass
$$c\mathbf{y}+d\mathbf{z}=\mathbf{x}.$$

Aufgabe 4: **4 Punkte**

a) Sei $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$. Skizzieren Sie $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{x}+\mathbf{y}$ und $\mathbf{x}-\mathbf{y}$ und zeigen Sie $\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2 = 2\|\mathbf{x}\|^2 + 2\|\mathbf{y}\|^2$.

b) Seien nun $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$ zwei beliebige Vektoren in $\mathbb{R}^n$. Rechnen Sie nach, dass die Parallelogrammgleichung gilt, das heißt:

$$\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2 = 2\|\mathbf{x}\|^2 + 2\|\mathbf{y}\|^2.$$

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1: Der Vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ sei gegeben in Polarkoordinaten:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} r\cos\varphi\,\sin\vartheta \\ r\sin\varphi\,\sin\vartheta \\ r\cos\vartheta \end{pmatrix},$$

mit $\varphi \in [0, 2\pi)$, $\vartheta \in [0, \pi]$ und $r \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie $\|\mathbf{x}\|$.

Aufgabe 2:
Finden Sie $\mathbf{x_p}$, $\mathbf{v_1}$ und $\mathbf{v_2} \in \mathbb{R}^3$ so, dass

$$\begin{pmatrix} 1+s \\ 2-s+2t \\ \frac{t}{5} \end{pmatrix} = \mathbf{x_p} + s\mathbf{v_1} + t\mathbf{v_2}, \qquad \text{mit } s, t \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 3:

a) Gegeben sei der Vektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Wie muss man $c \in \mathbb{R}^+$ wählen, dass $\|c\mathbf{x}\| = 1$ gilt?

b) Allgemein: Gegeben sei der Vektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ mit x_1, $x_2 \in \mathbb{R}$. Wie muss man $c \in \mathbb{R}^+$ wählen, dass $\|c\mathbf{x}\| = 1$ gilt?

c) Gegeben sei der Vektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix}$. Wie muss man $c \in \mathbb{R}^+$ wählen, dass $\|c\mathbf{x}\| = 1$ gilt?

Aufgabe 4:
Gegeben sei die Gerade $y = \frac{1}{2}x - 1$, $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Zeichnen Sie die Gerade in ein Koordinatensystem.

b) Finden Sie Vektoren $\mathbf{x_p}$ und $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$, so dass sich jeder Punkt $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ der Geraden schreiben lässt als $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{x_p} + s\mathbf{v}$ mit einem $s \in \mathbb{R}$.