Dr. Susanne Knies, Sarah Eckstein 27.05.2014

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2014 — Blatt 5

Abgabe: Donnerstag, 05.06., in der Pause

Die Übungsblätter finden Sie auch unter http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Geben Sie die folgenden Ausdrücke in der Form $a + ib$ an und bestimmen Sie jeweils den Real- und Imaginärteil.

(a)	$(2+3i)(2-3i)$	(e)	$(i-5)^3$
(b)	$i(5-i)$	(f)	$i^2-(2+i)^2$
(c)	$(1+i)^2$	(g)	$\frac{i}{2}(\frac{4}{3}i-\frac{2}{5})$
(d)	i^3+i^{4n}, $n \in \mathbb{N}$	(h)	$(i^2+i)^2$

Aufgabe 2: **4 Punkte**

a) Skizzieren Sie die Menge $M := \{ z \in \mathbb{C} \,|\, |z-z_1| = |z-z_2| \}$ für $z_1 = i$ und $z_2 = 2$.

b) Skizzieren Sie $S_r := \{ r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \,|\, \varphi \in [0, 2\pi) \}$. Tipp: Berechnen Sie für $z \in S_r$ zunächst $|z|$.

c) Skizzieren Sie $A := \{ s(\cos\varphi + i\sin\varphi) \,|\, 2 \le s \le 4,\ \varphi \in [0, 2\pi) \}$

Aufgabe 3: **4 Punkte**

a) Bestimmen Sie x, $y \in \mathbb{R}$ so, dass $(x+iy)^2 = -2i$.

b) Zeigen Sie, dass $z = 1+2i$ und $z = 1-2i$ Lösungen der Gleichung $z^2 - 2z + 5 = 0$ sind.

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Sei folgende Leslie-Matrix

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0,1 & 1,4 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0 \end{pmatrix}$$

gegeben.

a) Rechnen Sie nach, dass

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Eigenvektoren von L sind und geben Sie die zugehörigen Eigenwerte an.

b) Wie wird sich eine Population mit der Anfangsverteilung $\mathbf{x_0} = (11, 5, 2)$ langfristig entwickeln? **Anleitung:** Stellen Sie $\mathbf{x_0}$ als Linearkombination von $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ und $\mathbf{w}$ dar, d.h. finden Sie a, b, $c \in \mathbb{R}$ mit $\mathbf{x_0} = a\mathbf{u} + b\mathbf{v} + c\mathbf{w}$. Benutzen Sie dann, dass $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ und $\mathbf{w}$ Eigenvektoren zu den Eigenvektoren aus Teil a) sind. Mit dieser Darstellung können Sie entscheiden, wogegen $\mathbf{L}^n\mathbf{x_0}$ für $n \to \infty$ konvergiert.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 5

Aufgabe 1:
Zeichnen Sie $z_1 = 1 + 2i$ und für $k \in \{1, 2, 3\}$ $z_{k+1} := iz_k$.

Aufgabe 2:
Skizzieren Sie die Menge $K := \{\, z \in \mathbb{C} \,|\, |z - z_1| = 2 \,\}$ für $z_1 = 1 + i$.

Aufgabe 3:
Geben Sie die folgenden Ausdrücke in der Form $a + ib$ an und bestimmen Sie jeweils den Real- und Imaginärteil

(a)	$i^2(i-1)$	(c)	$(2-3i)^2$
(b)	$(1+i)(1-i)$	(d)	$(3+2i)^2 - 5$