

Mathematik II für Naturwissenschaftler

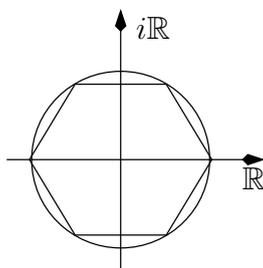
SS 2014 — Blatt 8

Abgabe: Donnerstag, 03.07., in der PauseDie Übungsblätter finden Sie auch unter <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/>**Aufgabe 1:****4 Punkte**

- a) Zerlegen Sie das Polynom $x^2 - 4x + 5$ in seine Linearfaktoren.
- b) Geben Sie ein Polynom mit reellen Koeffizienten an, das zwei komplexe und eine reelle Nullstelle besitzt.
- c) Gegeben ist das Polynom $p(z) = az^5 + bz^4 + cz^3 + dz^2 + ez + f$ mit $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$. Was können Sie über die Anzahl der Nullstellen des Polynoms aussagen? Was können Sie über die Anzahl komplexer bzw. reeller Nullstellen sagen? Kann ein Polynom fünften Grades zwei reelle und drei komplexe Nullstellen haben?

Aufgabe 2:**4 Punkte**

Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte eines in den Einheitskreis in \mathbb{C} einbeschriebenen regelmäßigen Sechsecks in der Form $z = e^{i\varphi}$ und $z = x + iy$. Orientieren Sie sich dabei an folgender Skizze:

**Aufgabe 3:****4 Punkte**

Welche der folgenden Funktionen ist Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = 3x^2(y(x) + 1), \quad x \in \mathbb{R}?$$

Begründen Sie Ihre Antworten!

- a) $y(x) = \exp(x^3)$
- b) $y(x) = -1$
- c) $y(x) = 2 \exp(x^3) - 1$
- d) $y(x) = -1 + \frac{1}{3x^2}$

Aufgabe 4:**4 Punkte**

Die Reaktionsgeschwindigkeit einer chemischen Reaktionsgleichung erster Ordnung wird durch die Differentialgleichung

$$y'(x) = k(a - y(x)), \quad x \geq 0$$

beschrieben. $y(x)$ ist dabei die Konzentration des bis zum Zeitpunkt x umgesetzten Stoffes, a ist die Anfangskonzentration des Ausgangsstoffes und k die Reaktionskonstante.

- a) Leiten Sie mit den aus der Vorlesung bekannten Methoden die Lösung $y(x)$ her.
- b) Rechnen Sie nach, dass die Funktion

$$y(x) = a - e^{-c}e^{-kx}$$

für ein beliebiges $c \in \mathbb{R}$ die Differentialgleichung erfüllt, indem Sie y' berechnen und dann y und y' oben einsetzen. Bestimmen Sie nun c so, dass die Anfangsbedingung $y(0) = 0$ erfüllt ist. (Das bedeutet, dass zu Beginn der Reaktion kein Reaktionsprodukt im System enthalten ist.)

- c) Nun betrachten Sie eine chemische Reaktion erster Ordnung mit der Reaktionskonstanten $k = 0,1 \text{ min}^{-1}$, $a = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ und $y(0) = 0 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$. Wie lange dauert es, bis die Konzentration des umgesetzten Stoffes von $0 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ auf $0,01 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ gestiegen ist?

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 8**Aufgabe 1:**

Wie in Aufgabe 3 von Blatt 7 betrachten wir Lösungen x der Gleichung $x^2 + px + q = 0$ mit $p, q \in \mathbb{R}$.

- a) Ist es möglich, dass die Gleichung sowohl eine reelle als auch eine komplexe Lösung besitzt?
- b) Ist es möglich, dass die Gleichung genau eine komplexe Lösung besitzt?

Aufgabe 2:

Zeigen Sie jeweils, dass die gegebene Funktion die Differentialgleichung löst:

- a) $y(x) = e^x$ löst $y'(x) = y(x)$
- b) $y(x) = \frac{1}{1-x}$ löst $y'(x) = y^2(x)$
- c) $y(x) = \cos(\sqrt{5}x) + \sin(\sqrt{5}x)$ löst $y''(x) + 5y(x) = 0$