Dr. Susanne Knies, Sarah Eckstein 03.07.2014

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2014 — Blatt 9

Abgabe: Donnerstag, 10.07., in der Pause

Die Übungsblätter finden Sie auch unter http://home.mathematik.uni-freiburg.de/mfnw/

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichungen und zeichnen Sie für die vorgegebenen Anfangswerte Lösungskurven ein.

a) $u' = \frac{u}{t}$, $u(1) = 1$ und $u(-1) = 1$.

b) $u' = -\frac{u}{1+u}$ für (t, u) im ersten Quadranten (d.h. $t \geq 0$, $u \geq 0$) mit Anfangswert $u(0) = 3$.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

a) Rechnen Sie nach, dass $P(t) = P_0(1+t)^a e^{-bt}$ die Differentialgleichung

$$P'(t) = \Big(\frac{a}{1+t} - b\Big)P(t)$$

mit $P(0) = P_0$ löst.

b) Wie verhält sich die Lösung für $t \to \infty$?

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Das Ziel dieser Aufgabe ist es, eine konkrete Funktion $u(t)$ anzugeben, die die Differentialgleichung

$$u'(t) = u(t) + t,\ t \in \mathbb{R}$$

löst.

a) Benutzen Sie dazu den Ansatz $u(t) = f(t)e^t$ und leiten Sie daraus eine Gleichung für f' her und berechnen Sie die Stammfunktion. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis für u. Hinweis: Die Stammfunktion von $g(x) = \frac{x}{e^x}$ ist $G(x) = -\frac{x+1}{e^x} + const.$

b) Geben Sie nun die Funktion u an, die die Differentialgleichung mit dem gegebenen Anfangswert löst:

$$u'(t) = u(t) + t, \qquad u(0) = -1$$

Aufgabe 4: **4 Punkte**

a) Lösen Sie die Differentialgleichung $u'(t) = \sin(t)u(t)$ mit $u(0) = 5$.

b) Lösen Sie die Differentialgleichung $v'(t) = tv(t) + 2$ mit $v(0) = 2$.

Hinweis: Die dabei entstehenden Integrale können nicht immer explizit ausgerechnet werden.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 9

Aufgabe 1:
Finden Sie eine Lösung u der Differentialgleichung $u' = -tu$ mit $u(0) = 2$, indem Sie die folgenden Methoden benutzen:

a) Trennung der Variablen

b) mit der Lösungsformel für lineare Differentialgleichungen

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichungen und zeichnen Sie für die vorgegebenen Anfangswerte Lösungskurven ein.

a) $u' = t - u$, $u(0) = 0$

b) $u' = u^2 - 1$, $u(0) = 0$, sowie $u(0) = 1$ und $u(0) = 2$.