Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele 20.10.2014

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2014/15 — Blatt 1

Abgabe: Montag, den 27. Oktober, vor der Vorlesung

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Geben Sie die Menge der Quadratzahlen $\{0, 1, 4, 9, ...\}$ in beschreibender Form und die Menge $B := \{\, x \in \mathbb{R} \,|\, (x^2 - x) \cdot (x^2 - 2) = 0 \,\}$ in aufzählender Form an.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Gegeben seien die Mengen $A = \{\, k \in \mathbb{N} \,|\, \text{es gibt ein } l \in \mathbb{N} \text{ mit } k = 2l \,\}$ und $B = \{\, k \in \mathbb{N} \,|\, \text{es gibt ein } l \in \mathbb{N} \text{ mit } k = 4l \,\}$. Geben Sie den Durchschnitt $A \cap B$, die Vereinigung $A \cup B$ sowie die Differenzmengen $A \setminus B$ und $B \setminus A$ explizit in beschreibender Form $\{\, k \in \mathbb{N} \,|\, ... \,\}$ an.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Lösen Sie in den folgenden Gleichungen nach allen vorkommenden Variablen auf:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \; r > 0,$$
$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \; R_{ges},\, R_1,\, R_2 \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}.$$

Aufgabe 4: **4 Punkte**

1. Finden Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen:
   - $x^2 - 4x + 4 = 0.$
   - $\lambda^2 - \lambda = 1.$
2. Zeigen Sie: Für jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ gilt
$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$
3. Berechnen Sie die Ruheenergie des Elektrons aus den gerundeten Werten $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ für die Lichgeschwindigkeit und $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$ für die Ruhemasse mittels $E_e = m_e \cdot c^2$, $1J = 1 \frac{m^2}{s^2} kg$.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg für Ihr Studium! ;-)

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 1

Aufgabe 1:

1. Schreiben Sie die Menge $A = \{ x \in \mathbb{Z} \,|\, -64 \leq x^3 \leq 64 \}$ in aufzählender Form.

2. Schreiben Sie die folgenden Mengen in beschreibender Form:

   (a) die Menge der ungeraden natürlichen Zahlen.

   (b) die Menge der geraden natürlichen Zahlen. die strikt grösser als 1 und strikt kleiner er als 50 sind.

Aufgabe 2

1. "Aus Summen kürzen nur die Dummen": Machen Sie sich anhand von Zahlenbeispielen klar, dass gilt

$$\frac{a+b}{a} \neq b.$$

2. Finden Sie Zahlenbeispiele, die zeigen, dass im Allgemeinen gilt

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \text{aber}$$
$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}.$$

Aufgabe 3:

1. Machen Sie sich klar, dass für beliebige Zahlen $k, l \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ die folgenden Rechenregeln gelten und püfen Sie sie anhand von Zahlenbeispielen nach:

   - $a^k a^l = a^l a^k = a^{k+l}$,
   - $\frac{b^k}{b^l} = b^{k-l}$,
   - $\left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{a^k}{b^k}$.
   - Im Allgemeinen gilt $(a^k)^l \neq a^{(k^l)}$.

2. Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich:

   - $(1-x)^2 - 0,5(1-x)^2$,
   - $x^6(\frac{x}{3})^2 3^5$.
   - $\left(\sqrt{(x-1)^2} - \left(\sqrt{1+x}\right)^2 + 1\right)^3 + 1$, für $x > 1$.

3. Finden Sie die Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der Gleichungen

   - $5x^2 - 10x = 15$.
   - $(x^2-2)(x-3)(x-4)^2 x = 0$.