

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2014/15 — Blatt 13

Abgabe: Montag, den 2. Februar, vor der Vorlesung**Aufgabe 1:****4 Punkte**

Eine Urne enthalte 1 rote, 4 schwarze und 5 weiße Kugeln.

- Sie ziehen aus der Urne drei Kugeln **mit** Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge. Wieviele Möglichkeiten gibt es, zwei weiße und eine rote Kugel zu ziehen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit hierfür?
- Nun werden aus der Urne zwei Kugeln **ohne** Zurücklegen aber **mit** Beachtung der Reihenfolge gezogen. Außerdem verstecken Sie die im ersten Zug gezogene Kugel, ohne sie zuvor anzuschauen. Betrachten Sie nun die Ereignisse $A =$ "die erste gezogene Kugel ist schwarz" und $B =$ "die zweite gezogene Kugel ist schwarz".
 - Berechnen Sie $P(B)$ und $P(A \cap B)$.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die versteckte Kugel schwarz ist, unter der Bedingung, dass Sie im zweiten Zug ebenfalls schwarz gezogen haben?

Aufgabe 2:**4 Punkte**

Für eine Studie über die Wirksamkeit von Gripeschutzimpfungen wurden 960 Personen danach befragt, ob sie vor dem letzten Winter gegen Grippe geimpft waren und ob sie an Grippe erkrankt waren oder nicht. Die Daten wurden nach geimpft/nicht geimpft und erkrankt/nicht erkrankt ausgezählt, so dass sich folgende Tabelle ergab:

	erkrankt	nicht erkrankt	
geimpft	117	389	506
nicht geimpft	289	165	454
Σ	406	554	960

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- $A = \{ \text{ "war geimpft" } \}$.
- $B = \{ \text{ "hatte Grippe" } \}$.
- Berechnen Sie zunächst $P(A \cap B)$ und dann $P(B | A)$ mit der Formel aus der Vorlesung. Können Sie $P(B | A)$ auch direkt aus der Tabelle ableiten? Erklären Sie in eigenen Worten, was diese Wahrscheinlichkeiten bedeuten.

Aufgabe 3:**4 Punkte**

In dem aktuellen Artikel "Der Anfang vom Rechnen mit Zufällen" von Christian Hesse, den Sie unter

<http://blog.zeit.de/mathe/allgemein/zufall-wahrscheinlichkeitstheorie/>

auf Zeit Online finden, wird ein klassisches Problem aus der Stochastik geschildert.

- Wie sind die Gewinnchancen der Spieler A und B bei Spielabbruch?
- Wie wäre demzufolge der Einsatz aufzuteilen? Sehen Sie noch andere Möglichkeiten?

Aufgabe 4:**8 Punkte**

Ein Roulettespieler setzt neunmal nacheinander 100 Euro auf "rot". Trifft er "rot", so gewinnt er 200 Euro, ansonsten erhält er nichts. Sei X die Zufallsvariable, die seinen Gesamtgewinn angibt, wobei Verluste negativen Werten von X entsprechen. Beim Roulette gilt $P(\text{"rot"}) = \frac{18}{37}$, denn es gibt neben jeweils 18 roten und schwarzen Feldern noch ein grünes Feld.

- Geben Sie Ω , $X(\omega)$ für $\omega \in \Omega$ sowie $X(\Omega)$ an und zeichnen Sie das Histogramm von X .
- Berechnen Sie Erwartungswert und Standardabweichung von X .
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler mindestens 300 Euro verliert?

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 13**Aufgabe 1:**

Sie würfeln zweimal mit einem fairen Würfel und notieren die Ergebnisse als $\omega = (a_1, a_2)$ mit $a_1, a_2 \in \{1, \dots, 6\}$. Definieren Sie die folgenden Zufallsvariablen und geben sie jeweils ihren Wertebereich an:

- X_1 sei die erste der beiden geworfenen Zahlen
- X_2 sei der Mittelwert der beiden Zahlen.
- X_3 sei die Differenz der beiden Zahlen.
- X_4 sei die größere der beiden Zahlen falls sie unterschiedlich sind und Null falls man einen Pasch würfelt.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X_i = 2)$ für $i = 1, 2$.
- Erstellen Sie eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_3 und skizzieren Sie das zugehörige Histogramm.
- Berechnen Sie $E(X_3)$, $\text{Var}(X_3)$ und $\sigma(X_3)$.