

Mathematik I für Naturwissenschaftler

WS 2014/15 — Blatt 4

Abgabe: Montag, den 17. November, vor der Vorlesung**Aufgabe 1:****4 Punkte**

Berechnen Sie die folgenden Werte:

•

$$S := \sum_{k=0}^5 2k + 2 \sum_{k=6}^{10} k, \quad T = \sum_{k=0}^6 (4 - 3k)$$

•

$$Q = \sum_{k=0}^4 (-1)^{2k} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \right)^k, \quad R := \sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} (-1)^k.$$

Aufgabe 2:**4 Punkte**

Durch die Nuklearunfälle von Fukushima 2011 wurden unter anderem die radioaktiven Stoffe Jod 131 und Cäsium 137 freigesetzt. Die Halbwertszeit beim radioaktiven Zerfall ist die Zeitspanne, in der die Menge und damit auch die Aktivität eines gegebenen Radionuklids durch den Zerfall auf die Hälfte gesunken ist. Jod 131 hat eine Halbwertszeit von 8 Tagen und Cäsium 137 von etwa 30 Jahren.

- Wieviel Prozent des freigesetzten Jod 131 sind nach acht Wochen noch übrig?
- Wieviele Jahre dauert es ungefähr bis nur noch ein Tausendstel der freigesetzten Menge Cäsium 137 übrig ist?

Aufgabe 3:**4 Punkte**

Frosch Hugo ist ein alter Hase unter den Fröschen und außerdem frisch verliebt. Leider trennt ihn eine 23 Meter breite, dafür aber völlig unbefahrene Straße von seiner neuen Angebeteten. Hugo ist sich sicher, dass sich seine Sprungkraft mit jedem Sprung um einen Faktor q , $q \in (0, 1)$, verringert. Von früheren Dates weiß er zwar, dass sein dritter Sprung 3 Meter und sein fünfter Sprung noch 1 Meter weit sein wird, er weiß aber auch, dass er in seinem Alter nur noch maximal 15 Sprünge vollführen kann. Hat diese Liebe eine Chance? Begründen Sie Ihre Antwort. Tipp: Kann Hugo q und die Weite seines ersten Sprungs berechnen?

bitte wenden!

Aufgabe 4:**4 Punkte**

- Berechnen Sie

$$S_5 := \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k(k+1)}.$$

Tipp: Verwenden Sie Aufgabe 4 von Blatt 1 und schreiben Sie dann die Summe aus.

- Finden Sie eine Formel für

$$S_n := \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Konvergiert S_n für $n \rightarrow \infty$? Wenn ja, so berechnen Sie den Grenzwert.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 4**Aufgabe 1:**

- Schreiben Sie $\sum_{n=1}^{10} \frac{(-1)^n}{n}$ explizit als Summe aus.
- Schreiben Sie $S = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + \dots$ in der Form $S = \sum_{n=?}^{\infty} a_n$. Geben Sie eine explizite Formel für $S_n = \sum_{k=0}^n a_k$ an.
- Berechnen Sie $S_n := \sum_{k=0}^n (a + kb)$ für $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die eingefärbte Fläche, indem Sie die Formel für die geometrische Reihe aus der Vorlesung benutzen. Lässt sich das Ergebnis auch anschaulich interpretieren? Tipp: Wie groß sind die Flächeninhalte der dunkler eingefärbten Flächen? Und wie groß die der helleren Flächen?

