Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele 14.7.2015

**Mathematik II für Naturwissenschaftler**

SS 2015 — Blatt 12

**Abgabe: bis Montag, den 20. Juli, 12 Uhr**

**Aufgabe 1:** **4 Punkte**

Betrachten Sie das lineare Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} u_1' &= 3u_1 + 2u_2 \\ u_2' &= -3u_1 - 2,5u_2 \end{aligned}$$

- Schreiben Sie das System in vektorieller Schreibweise $\mathbf{u}' = A\mathbf{u}$.
- Berechnen Sie die allgemeine Lösung $\mathbf{u}$ des Systems.
- Finden Sie eine Lösung $\mathbf{u}$ mit $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} 0,5 \\ -5 \end{pmatrix}$.

**Aufgabe 2:** **4 Punkte**

Betrachten Sie das lineare Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} u_1' &= 2u_1 + 3u_2 \\ u_2' &= 3u_1 + 2u_2 \end{aligned}$$

a) Schreiben Sie das System in vektorieller Schreibweise $\mathbf{u}' = A\mathbf{u}$.

b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung $\mathbf{u}$ des Systems.

c) Finden Sie eine Lösung $\mathbf{u}$ mit $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

**Aufgabe 3:** **4 Punkte**

Rechnen Sie nach, dass die Funktion

$$\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{3t} + e^{2t} \\ 2e^{3t} - e^{2t} \end{pmatrix}$$

das System

$$\begin{aligned} u_1'(t) &= u_1(t) - u_2(t) \\ u_2'(t) &= 2u_1(t) + 4u_2(t) \end{aligned}$$

mit Anfangswert $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ löst.

**Aufgabe 4:** **4 Punkte**

- Geben Sie Lösungen der Differentialgleichung $f'' - f = 0$ an, indem Sie zunächst die Nullstellen des charakteristischen Polynoms bestimmen.
- Finden Sie eine Lösung der Differentialgleichung $f'' - f = 0$ mit $f(0) = 1$, $f'(0) = 3$.
- Geben Sie alle reellwertigen Lösungen der Differentialgleichung $f'' + f = 0$ an.

## Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 12

**Aufgabe 1:**

Betrachten Sie das lineare Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} u_1' &= 3u_1 + 2u_2 \\ u_2' &= -5u_1 - 4u_2 \end{aligned}$$

- Schreiben Sie das System in vektorieller Schreibweise $\mathbf{u}' = A\mathbf{u}$.
- Berechnen Sie die allgemeine Lösung $\mathbf{u}$ des Systems, indem Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $A$ berechnen.
- Finden Sie eine Lösung $\mathbf{u}$ mit $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

**Aufgabe 2:**

Rechnen Sie nach, dass die Funktion

$$\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{3t} - e^t \\ e^{3t} + e^t \end{pmatrix}$$

das System

$$\begin{aligned} u_1'(t) &= 2u_1(t) + u_2(t) \\ u_2'(t) &= u_1(t) + 2u_2(t) \end{aligned}$$

mit Anfangswert $\mathbf{u}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ löst.