

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2015 — Blatt 3

Abgabe: bis Montag, den 11. Mai, 12 Uhr**Aufgabe 1:****4 Punkte**

Wird Kaliumdichromat $K_2Cr_2O_7$ auf über $500^\circ C$ erhitzt, zerfällt es in Kaliumchromat K_2CrO_4 , Chromoxid Cr_2O_3 und Sauerstoff O_2 . Die Reaktionsgleichung lautet



Um das Verhältnis zu bestimmen, in dem diese Reaktion stattfindet, suchen wir ganzzahlige positive Zahlen x_1 , x_2 , x_3 und x_4 , die diese Gleichung erfüllen. Setzen Sie dazu $x_1 = s$ und bestimmen Sie x_2 , x_3 und x_4 in Abhängigkeit von s . Hinweis: In der Reaktionsgleichung stecken drei Gleichungen, denn für jedes der drei Elemente müssen die Mengen auf beiden Seiten übereinstimmen.

Aufgabe 2:**4 Punkte**

Aus zwei Gold-Silber-Legierungen, in denen sich die Metallmassen wie 2 : 3 bzw. wie 3 : 7 verhalten, sind 8kg einer neuen Legierung mit dem Verhältnis 5 : 11 herzustellen. Wieviele Kilogramm der Legierungen sind dabei zu verwenden?

Aufgabe 3:**4 Punkte**

In den folgenden Gleichungssystemen seien alle vorkommenden Koeffizienten ungleich 0.

- Begründen Sie geometrisch, dass ein Gleichungssystem im \mathbb{R}^3 der Form

$$\begin{aligned} ax_1 + bx_2 + cx_3 &= b \\ ex_1 + fx_2 + gx_3 &= h \end{aligned}$$

entweder keine oder unendlich viele Lösungen hat.

- Welche Möglichkeiten gibt es für die Lösungsmenge eines Systems der Form

$$\begin{aligned} a_1x_1 + a_2x_2 &= r_1 \\ b_2x_2 + b_3x_3 &= r_2 \\ c_1x_1 + c_3x_3 &= r_3 \end{aligned}$$

Begründen Sie ebenfalls geometrisch.

Aufgabe 4:**4 Punkte**

Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 17x_4 + 9x_5 &= 5 \\x_2 + 4x_3 + x_5 &= 6 \\3x_5 &= 6\end{aligned}\tag{1}$$

- Geben Sie die Lösungsmenge \mathbb{L} von (1) in parametrisierter Form an. Entscheiden Sie ob \mathbb{L} einen linearen oder einen affin linearen Unterraum des \mathbb{R}^5 bildet und geben Sie dessen Dimension an.
- Können Sie ohne erneutes Rechnen die Lösungen des zu (1) gehörigen homogenen Systems angeben? Prüfen Sie Ihre Behauptung anhand zweier Zahlenbeispiele nach.

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 3**Aufgabe 1:**

In einem Labor sollen mit zwei Wirkstoffen A und B zwei Lösungen L_1 und L_2 hergestellt werden. Es soll L_1 10% von A und 20% von B enthalten und L_2 soll 20% von A und 5% von B enthalten. Welche Mengen der Lösungen L_1 und L_2 können hergestellt werden, wenn 30ml von Wirkstoff A und 25ml von Wirkstoff B zur Verfügung stehen? Stellen Sie hierzu die Gleichungen zu den benötigten Mengen der Wirkstoffe A und B auf.

Aufgabe 2:

Geben Sie die parametrisierte Form und die Dimension der Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems an:

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 + 6x_3 &= 1 \\7x_3 &= 21.\end{aligned}$$