Dr. Susanne Knies, Philipp Nägele 16.6.2015

Mathematik II für Naturwissenschaftler

SS 2015 — Blatt 8

Abgabe: bis Montag, den 22. Juni, 12 Uhr

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Betrachten Sie die Abbildung $T : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $T(z) := \frac{z}{|z|+a}$ für $a > 0$.

- Drücken Sie die Abbildung mit Hilfe von Polarkoordinaten aus.
- Zeigen Sie: $T(\mathbb{C}) \subset B := \{\, z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1 \,\}$ und zeigen Sie, dass $z_0 = 0$ der einzige Punkt ist für den gilt $T(z) = z$.
- Sei $\mathbb{R}$ die reelle Achse. Was ist $T(\mathbb{R})$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

- Berechnen und skizzieren Sie die sechsten Einheitswurzeln, das heißt die Lösungen der Gleichung $z^6 = 1$.
- Berechnen Sie $(\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i))^{2015}$. Frage: Kann man sich das Ergebnis anschaulich erklären?

Aufgabe 3: **4 Punkte**

- Zerlegen Sie das Polynom $p(z) = z^2 - 4z + 5$ in seine Linearfaktoren.
- Geben Sie ein Polynom mit den Nullstellen $z_1 = 3+i, z_2 = 3-i, z_3 = 5$ an und zeigen Sie durch Rechnung, dass es reelle Koeffizienten hat.

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Welche der folgenden Funktionen ist Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = 3x^2(y(x) + 1), \qquad \forall x \in \mathbb{R}?$$

Begründen Sie Ihre Antworten!

- $y(x) = \exp(x^3)$
- $y(x) = -1$
- $y(x) = 2\exp(x^3) - 1$
- $y(x) = -1 + \frac{1}{3x^2}$

Anwesenheitsaufgaben zu Blatt 8

Aufgabe 1:

Gegeben ist das Polynom $p(z) = az^5+bz^4+cz^3+dz^2+ez+f$ mit $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$. Was können Sie über die Anzahl der Nullstellen des Polynoms aussagen? Was können Sie über die Anzahl komplexer bzw. reeller Nullstellen sagen? Kann ein Polynom fünften Grades zwei reelle und drei komplexe Nullstellen haben?

Aufgabe 2:

Zeigen Sie jeweils, dass die gegebene Funktion die Differentialgleichung löst:

- $y(x) = e^x$ löst $y'(x) = y(x)$
- $y(x) = \frac{1}{1-x}$ löst $y'(x) = y^2(x)$
- $y(x) = \cos(\sqrt{5}\,x) + \sin(\sqrt{5}\,x)$ löst $y''(x) + 5y(x) = 0$